Решение контрольной работы выполнено на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=mesims
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Контрольная работа по математической статистике
МЭСИ

Контрольная работа № 1 по теме

«СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ»

Задание 1.15

На основании вариационного ряда распределения длины плунжеров, полученного по результатам статистического контроля, вычислить центральный момент третьего порядка (μ_3^*)

Длина плунжера (мм.)	82,5 - 83,5	83,5 - 84,5	84,5 - 85,5	85,5 - 86,5	86,5 - 87,5
Число плунжеров	4	8	19	11	3

Решение

Выберем середину каждого интервала и примем ее за x_i

x_i	83	84	85	86	87
n_i	4	8	19	11	3

Объем выборки равен $N = \sum n_i = 4+8+19+11+3 = 45$

Средняя выборочная:

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{5} x_i n_i = \frac{83*4+84*8+85*19+86*11+87*3}{45} = 85.02$$

Тогда, центральный момент третьего порядка равен

$$\mu_3^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^3 n_i = \frac{(83-85.02)^3 4+(84-85.02)^3 8+(85-85.02)^3 19+(86-85.02)^3 11+(87-85.02)^3 3}{45} = -0.1807$$

Решение контрольной работы выполнено на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=mesims
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Задание 2.18

По результатам статистического приемочного контроля получен вариационный ряд:

Число дефектных изделий в партии	0	1	2	3	4	5
Число партий	154	66	30	19	8	3

Используя результаты анализа и предполагая, что число дефектных изделий в партии распределено по закону Пуассона, определить теоретическое число партий с $m=1$ дефектными изделиями

Решение

Общее число партии равно $N=\sum n_i = 154+66+30+19+8+3=280$

Вычислим параметр λ распределения Пуассона

$$\lambda = \frac{\sum x_i n_i}{N} = \frac{0*154+1*66+2*30+3*19+4*8+5*3}{280} = 0.821$$

Тогда, теоретическое число партии с $m=1$ дефектными изделиями равна $n_i^* = N \cdot \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} = 280 \frac{0.821^1}{1!} e^{-0.821} = 101$.

Задание 3.13

На изготовление каждого из пяти электродвигателей затрачивалось соответственно: 38 30 40 37 35 сек. Определить несмещенную оценку среднего квдратического отклонения времени изготовления электродвигателя.

Решение

Найдем выборочную среднюю

$$\overline{x} = \frac{38+30+40+37+35}{5} = 36$$

$$\overline{x^2} = \frac{38^2+30^2+40^2+37^2+35^2}{5} = 1307.6$$

Выборочная дисперсия равна

$$Dx = \overline{x^2} - \left(\overline{x}\right)^2 = 1307.6 - 36^2 = 11.6$$

Несмещенная оценка дисперсии равна

$$\sigma^2 = \frac{5}{5-1} 11.6 = 14.5$$

Несмещенная оценка среднего квадратического отклонения времени изготовления электродвигателя равна $\sigma = \sqrt{14.5} \approx 3.81$

Задание 3.23

Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью $\gamma = 0{,}87$ точность оценки математического ожидания генеральной совокупности по выборочной средней будет равна $\delta = 0{,}35$, если известно, что среднее квадратическое отклонение нормальной генеральной совокупности равно $\sigma = 2{,}5$.

Решение

Воспользуемся формулой $P\left(\left|X - \overline{x}\right| < \delta\right) = \Phi\left(\frac{\sqrt{n}\delta}{\sigma}\right) = \gamma$, тогда получаем

$$\Phi\left(\frac{0.35\sqrt{n}}{2.5}\right) = 0.87 \Rightarrow \frac{0.35\sqrt{n}}{2.5} = 1.51 \Rightarrow n = \left(\frac{1.51 \cdot 2.5}{0.35}\right)^2 = 116$$

Задание 3.45

По данным контрольных испытаний n = 12 ламп определены оценки $\overline{x} = 1600$ ч. и S = 21 ч. Считая, что срок службы ламп распределен нормально, определить с какой вероятностью можно утверждать, что ошибка в определении генеральной средней не превышает $\delta = 13$ ч.

Решение

Доверительный интервал для генеральной средней нормального распределения признака при неизвестном значении среднего квадратического отклонения и при условии, что случайная величина распределена нормально, задается выражением $P(\bar{x} - \frac{S}{\sqrt{n-1}}t < x < \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n-1}}t) = \gamma$

или $P\left(\left|x - \bar{x}\right| < \frac{S}{\sqrt{n-1}}t\right) = \gamma$, тогда получаем

$$\frac{S}{\sqrt{n-1}}t = \delta \Rightarrow \frac{21}{\sqrt{12-1}}t = 13 \Rightarrow t = \frac{13\sqrt{11}}{21} = 2.05$$

Вероятность того, что ошибка в определении генеральной средней не превышает $\delta = 13$ ч по таблице Лапласа $\gamma = \Phi(t) = \Phi(2.05) = 0.9596$

Задание 3.75

По данным контрольных испытаний n = 12 ламп определены оценки $\bar{x} = 1600$ ч. и S = 21 ч. Считая, что срок службы ламп распределен нормально, определить с надежностью $\gamma = 0{,}95$ максимально возможное значение дисперсии σ^2.

Решение

Так как **n** < 30, то используется χ^2 распределение.

$\alpha = 1 - \gamma = 1 - 0.95 = 0.05$

$$P(\chi^2 > \chi_1^2) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - \frac{0{,}05}{2} = 0{,}975;$$

$$P(\chi^2 > \chi_2^2) = \frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}05}{2} = 0{,}025.$$

По таблице χ^2 - распределения для числа степеней свободы $\nu = n - 1 = 11$ и найденных вероятностей 0,975 и 0,025 определяем, что $\chi_1^2 = 3.816$ и $\chi_2^2 = 21.920$

Доверительный интервал равен: $\frac{nS^2}{\chi_2^2} \le \sigma^2 \le \frac{nS^2}{\chi_1^2}$.

То есть максимальное значение дисперсии равно $\frac{nS^2}{\chi_1^2} = \frac{12 \cdot 21^2}{3.816} = 1386$

Задание 3.104

Из 400 клубней картофеля, поступивших на контроль, вес m = 200 превысил 50 г. В предположении о биномиальном распределении определить с надежностью $\gamma = 0{,}9$ верхнюю границу доверительного интервала для вероятности того, что вес клубня превысит 50 г.

Решение

По таблице интегральной функции Лапласа из условия $\gamma = \Phi(t_\gamma) = 0{,}9$ определяем $t_\gamma = 1{,}64$.

Учитывая, что $\frac{m}{n} = \frac{200}{400} = 0{,}5$, определим точность оценки $\Delta = 1{,}64\sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{400}} = 0.041$

Тогда, верхняя граница доверительного интервала для вероятности того, что вес клубня превысит 50 г равна $0.5 + 0.041 = 0.541$

Задание 3.130

По результатам измерения диаметра n = 50 корпусов электродвигателей получено $\bar{x} = 100$ мм. и S = 5,6 мм. В предположении о нормальном распределении найти вероятность того, что среднее квадратическое отклонение σ будет находиться внутри интервала (5,5; 5,7).

Решение

Так как **n** >30, то доверительный интервал для генерального среднего квадратического отклонения определяется по формуле:

$\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2n-1}+t_\gamma}\cdot S \le \sigma \le S\cdot\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2n+1}-t_\gamma}$, где **t** - нормированное значение нормальной случайной величины, соответствующее заданной надежности **γ** и определяемое по таблице функции Лапласа Ф(t).

Так как $5.5 \le \sigma \le 5.7$, тогда получаем

$$\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2n-1}+t_\gamma}S = 5.5 \Rightarrow \frac{\sqrt{2\cdot 50}}{\sqrt{2\cdot 50-1}+t_\gamma}5.6 = 5.5 \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{99}+t_\gamma}5.6 = 5.5 \Rightarrow \sqrt{99}+t_\gamma = \frac{56}{5.5} \Rightarrow t_\gamma = 0.232$$

$$\frac{\sqrt{2n}}{\sqrt{2n-1}-t_\gamma}S = 5.7 \Rightarrow \frac{\sqrt{2\cdot 50}}{\sqrt{2\cdot 50-1}-t_\gamma}5.6 = 5.7 \Rightarrow \frac{10}{\sqrt{99}-t_\gamma}5.6 = 5.7 \Rightarrow \sqrt{99}-t_\gamma = \frac{56}{5.7} \Rightarrow t_\gamma = 0.125$$

Тогда получаем $\gamma_1 = \Phi(0.232) = 0.1819, \gamma_2 = \Phi(0.125) = 0.1013$

Выбирая максимальное значение, чтобы среднее квадратическое отклонение σ точно находилось внутри интервала (5,5; 5,7) получаем, что данная вероятность равна 0,1819