

Решение контрольной работы выполнено на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/sub\\_vuz.php?p=maitv](https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=maitv)  
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

## Контрольная работа по теории вероятностей (МАИ)

### Задача 5.

Для беспрепятственного полета над некоторой территорией самолет приближаясь к ней обязан послать по радио парольную кодовую группу из пяти элементов (точек, тире). Какова вероятность того, что радист, не знающий парольной группы, угадает ее, передав какую-то группу наугад.

### Решение.

Согласно классическому определению вероятности, вероятность события равна отношению числа исходов, благоприятных событию ( $M$ ), к общему числу исходов  $N$ .

Общее число исходов  $N$  - это количество парольных кодовых групп, то есть комбинаций из 5 элементов (точек, тире). Первым символом кода может быть точка или тире (2 варианта), вторым - тоже точка или тире (2 варианта), для третьего, четвертого и пятого символов тоже два варианта выбора (для каждого). Всего способов составить код существует

$$N = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

Количество благоприятных исходов  $M = 1$  (верный пароль всего один).

Тогда искомая вероятность верно угадать пароль:

$$P = \frac{M}{N} = \frac{1}{32} = 0.03125$$

$$\text{Ответ. } \frac{1}{32} = 0.03125$$

### Задача 32.

По самолету производится три выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0.6, при втором – 0.7, при третьем – 0.8. При одном попадании, самолет сбит с вероятностью 0.3, при двух – с вероятностью 0.5, при трех – самолет будет сбит наверняка. Какова вероятность того, что самолет будет сбит? Если известно, что самолёт сбит, какое число попаданий наиболее вероятно?

#### Решение.

Обозначим события:

$A_1$  - при первом выстреле было попадание,  $A_2$  - при втором выстреле было попадание,  $A_3$  - при третьем выстреле было попадание. Задано:  $P(A_1) = 0.6; P(A_2) = 0.7; P(A_3) = 0.8$ . Полагаем, что события  $A_1, A_2, A_3$  независимы в совокупности.

$B_0$  - было 0 попаданий,  $B_1$  - одно попадание,  $B_2$  - два попадания,  $B_3$  - три попадания. Найдем вероятности этих событий.

$$\begin{aligned} P(B_0) &= P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) \\ &= (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))(1 - P(A_3)) = \\ &= (1 - 0.6)(1 - 0.7)(1 - 0.8) = 0.024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B_1) &= P(A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) \\ &= P(A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) = \\ &= P(A_1)(1 - P(A_2))(1 - P(A_3)) + (1 - P(A_1))P(A_2)(1 - P(A_3)) + \\ &+ (1 - P(A_1))(1 - P(A_2))P(A_3) = 0.6(1 - 0.7)(1 - 0.8) + \\ &+ (1 - 0.6)0.7(1 - 0.8) + (1 - 0.6)(1 - 0.7)0.8 \\ &= 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.8 = \\ &= 0.036 + 0.056 + 0.096 = 0.188 \end{aligned}$$

Решение контрольной работы выполнено на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/sub\\_vuz.php?p=maity](https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=maity)  
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$P(B_3) = P(B_0) = P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0.6 \cdot 0.7 \cdot 0.8 = 0.336$$

Так как события  $B_0, B_1, B_2, B_3$  несовместны и образуют полную группу событий, то сумма их вероятностей равна 1, поэтому:

$$\begin{aligned} P(B_2) &= 1 - (P(B_0) + P(B_1) + P(B_3)) = 1 - (0.024 + 0.188 + 0.336) \\ &= 1 - 0.548 = 0.452 \end{aligned}$$

Пусть событие  $C$  - самолет сбит. Заданы условные вероятности:

$$P(C|B_1) = 0.3; P(C|B_2) = 0.5; P(C|B_3) = 1$$

Очевидно, что  $P(C|B_0) = 0$  (то есть если попаданий не было - самолет не может быть сбит)

Найдем вероятность того, что самолет сбит, по формуле полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(B_0)P(C|B_0) + P(B_1)P(C|B_1) + P(B_2)P(C|B_2) + P(B_3)P(C|B_3) \\ P(C) &= 0.024 \cdot 0 + 0.188 \cdot 0.3 + 0.452 \cdot 0.5 + 0.336 \cdot 1 = 0.6184 \end{aligned}$$

Теперь переоценим вероятности гипотез при условии, что произошло событие  $C$ , по формуле Байеса:

$$P(B_1|C) = \frac{P(B_1)P(C|B_1)}{P(C)} = \frac{0.188 \cdot 0.3}{0.6184} = 0.0912$$

$$P(B_2|C) = \frac{P(B_2)P(C|B_2)}{P(C)} = \frac{0.452 \cdot 0.5}{0.6184} = 0.3655$$

$$P(B_3|C) = \frac{P(B_3)P(C|B_3)}{P(C)} = \frac{0.336 \cdot 1}{0.6184} = 0.5433$$

Очевидно, что  $P(B_0|C) = 0$  (если самолет сбит, не может оказаться, что попаданий не было).

Решение контрольной работы выполнено на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/sub\\_vuz.php?p=maity](https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=maity)  
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Итак, если самолет сбит, наиболее вероятное число попаданий - три.

**Ответ.** Вероятность того, что самолет сбит, **0.6184**. Если самолет сбит, наиболее вероятное число попаданий - три.

### **Задача 35.**

Самолет, вылетающий на задание создает радиопомехи, которые с вероятностью 0.3 "забивают" радиосредства системы ПВО. Если радиосредства "забиты", то самолет проходит к объекту необстрелянным, сбрасывает бомбы и поражает объект с вероятностью 0.9. Если радиосредства системы ПВО "не забиты", то самолет подвергается обстрелу и сбивается с вероятностью 0.6. Найти вероятность того, что объект будет разрушен.

### **Решение.**

Обозначим события:

$A$  - радиосредства ПВО "забиты",  $B$  - самолет поражает объект. Заданы

вероятности:

$$P(A) = 0.3; P(B|A) = 0.9; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0.6$$

$$\text{Тогда } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.3 = 0.7; P(B|\bar{A}) = 1 - 0.6 = 0.4. \quad \text{По}$$

формуле полной вероятности:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0.3 \cdot 0.9 + 0.7 \cdot 0.4 = 0.27 + 0.28 \\ = 0.55$$

**Ответ. 0.55**

### **Задача 63.**

Стрельба с ЛА по ЛА может производиться с трех дальностей: 900, 600, и 300м. Вероятность того, что стрельба производится с соответствующей позиции пропорциональна дальности стрельбы. Вероятность попадания в ЛА

Решение контрольной работы выполнено на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/sub\\_vuz.php?p=maity](https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=maity)  
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

с 900м – 0.5; с 600м – 0.6, с 300м – 0.8. После 2-х выстрелов пробоин в ЛА не обнаружено . Найти вероятность что стрельба велась с 900 м?

### Решение.

Обозначим события

$A_1$  - стрельба велась с дальности 900 м,  $A_2$  - 600 м,  $A_3$  - 300 м.

Обозначим вероятности:

$$p(A_i) = p_i$$

Тогда, согласно условию, вероятности  $p_i$  пропорциональны дальности стрельбы, то есть:

$$\frac{p_1}{900} = \frac{p_2}{600} = \frac{p_3}{300}$$

Из равенства  $\frac{p_1}{900} = \frac{p_3}{300}$  получим  $p_1 = 3p_3$ , из равенства  $\frac{p_2}{600} = \frac{p_3}{300}$

получим  $p_2 = 2p_3$

Так как события  $A_1, A_2, A_3$  несовместны и составляют полную группу событий, то  $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ . Подставив в это равенство  $p_1 = 3p_3, p_2 = 2p_3$ , получим:

$$3p_3 + 2p_3 + p_3 = 1$$

$$p_3 = \frac{1}{6} \rightarrow p_2 = \frac{2}{6}; p_1 = \frac{3}{6}$$

Итак,  $P(A_1) = \frac{13}{6}; P(A_2) = \frac{2}{6}; P(A_3) = \frac{31}{6}$ .

Пусть событие  $B$  - два промаха при двух выстрелах.

При стрельбе с дальности 900м вероятность попадания при одном выстреле равна 0.5, то есть вероятность промаха  $1 - 0.5 = 0.5$ . Вероятность двух промахов равна  $0.5 \cdot 0.5 = 0.25$

При стрельбе с дальности 600м вероятность попадания при одном выстреле равна 0.6, то есть вероятность промаха  $1 - 0.6 = 0.4$ . Вероятность двух промахов равна  $0.4 \cdot 0.4 = 0.16$

При стрельбе с дальности 900м вероятность попадания при одном выстреле равна 0.8, то есть вероятность промаха  $1 - 0.8 = 0.2$ . Вероятность двух промахов равна  $0.2 \cdot 0.2 = 0.04$

Условные

вероятности:

$$P(B|A_1) = 0.25; P(B|A_2) = 0.16; P(B|A_3) = 0.04.$$

Тогда, по формуле полной вероятности:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) P(B|A_1) + P(A_2) P(B|A_2) + P(A_3) P(B|A_3) = \\ &= \frac{3}{6} \cdot 0.25 + \frac{2}{6} \cdot 0.16 + \frac{1}{6} \cdot 0.04 = 0.215 \end{aligned}$$

Теперь переоценим вероятность гипотезы  $A_1$  по формуле Байеса:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1) P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{6} \cdot 0.25}{0.215} \approx 0.5814$$

**Ответ.  $\approx 0.5814$**

### Задача 93.

Сколько нужно купить лотерейных билетов, чтобы обеспечить вероятность хотя бы одного выигрыша не менее 0.5, если общее количество билетов равно 10000, из них выигрышных 200.

### Решение.

Для каждого билета вероятность  $p$  того, что он выигрышный,  
 $p = \frac{200}{10000} = 0.02$ . Число испытаний (купленных лотерейных билетов)  
обозначим  $n$ .

Вероятность того, что в  $n$  испытаниях, в каждом из которых  
вероятность появления события равна  $p$ , событие появится ровно  $k$  раз  
находится по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

События «есть хотя бы один выигрыш из  $n$  билетов» и «нет ни одного  
выигрыша из  $n$  билетов» противоположные, поэтому

$$P(k \geq 1) = 1 - P(k = 0)$$

Так как по условию,  $P(k \geq 1) \geq 0.5$ , то  $1 - P(k = 0) \geq 0.5$ , то есть  
 $P(k = 0) \leq 0.5$

Запишем вероятность того, что среди  $n$  билетов будет  $k = 0$   
выигрышных:

$$P(k = 0) = C_n^0 \cdot 0.02^0 \cdot 0.98^n = 0.98^n \leq 0.5$$

Исходя из условия  $0.98^n \leq 0.5$  подберем  $n$

$$n \geq \log_{0.98} 0.5 \approx 34.3$$

Итак, чтобы обеспечить вероятность хотя бы одного выигрыша не  
менее 0.5, нужно купить не менее 35 билетов.

**Ответ.** не менее 35 билетов.

### Задача 123.

Производится стрельба по точечной цели снарядом, зона разрушительного действия которого представляет собой круг радиуса  $r$ . Рассеивание точки попадания снаряда круговое нормальное с параметрами  $m_x=m_y=0$ ,  $\sigma_x=\sigma_y=2r$ . Центр рассеивания совпадает с целью. Сколько выстрелов нужно произвести, чтобы разрушить цель с вероятностью 0.99?

#### Решение.

При круговом нормальном рассеивании точки попадания снаряда с заданными параметрами вероятность попадания в круг радиуса  $r$  для одного снаряда равна:

$$P = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} = 1 - e^{-\frac{r^2}{2(2r)^2}} = 1 - e^{-1/8} \approx 0.1175$$

Вероятность того, что в  $n$  испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна  $p$ , событие появится ровно  $k$  раз находится по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Считаем, что цель разрушается от одного попадания. Пусть по цели произведено  $n$  выстрелов. События «цель разрушена за  $n$  выстрелов, то есть было хотя бы одно попадание» и «цель не разрушена за  $n$  выстрелов, то есть не было ни одного попадания» противоположны.

$$P(k \geq 1) = 1 - P(k = 0)$$

Так как по условию,  $P(k \geq 1) = 0.99$ , то  $1 - P(k = 0) = 0.01$ , то есть

$$P(k = 0) \leq 0.01$$

Решение контрольной работы выполнено на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/sub\\_vuz.php?p=maity](https://www.matburo.ru/sub_vuz.php?p=maity)  
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Запишем вероятность того, что среди  $n$  выстрелов будет  $k = 0$

попаданий:

$$P(k = 0) = C_n^0 \cdot 0.1175^0 \cdot (1 - 0.1175)^n = 0.8825^n = 0.01$$

$$0.8825^n = 0.01$$

$$n = \log_{0.8825} 0.01 \approx 36.84$$

Итак, чтобы с заданной вероятностью разрушить цель, нужно 37 выстрелов.

**Ответ.** 37 выстрелов