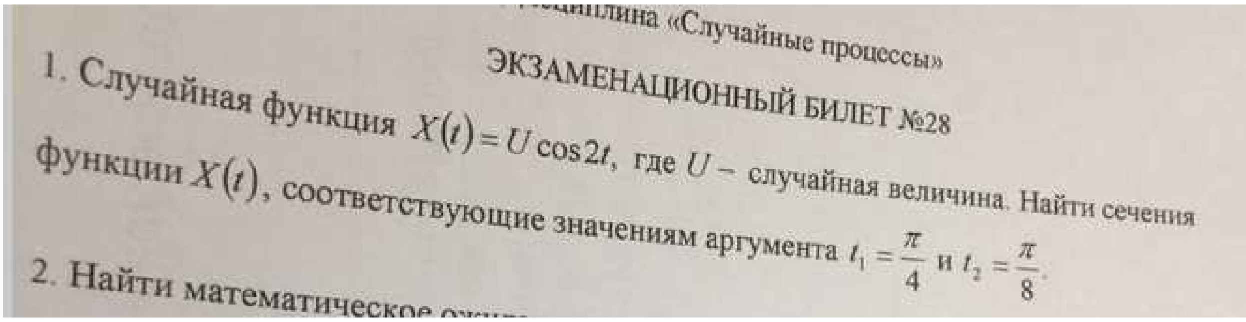
…циплина «Случайные процессы»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №28

1. Случайная функция $X(t)=U\cos 2t$, где U – случайная величина. Найти сечения функции $X(t)$, соответствующие значениям аргумента $t_1=\frac{\pi}{4}$ и $t_2=\frac{\pi}{8}$.

2. Найти математическое …

Задача 1. Случайная функция $X(t)=U\cos 2t,$ где $U-$ случайная величина. Найти сечения функции $X(t)$, соответствующие значениям аргумента $t_1=\dfrac{\pi}{4}$ и $t_2=\dfrac{\pi}{8}$.

Решение

Найдем сечение функции $X(t)$, соответствующее значению аргумента $t_1=\dfrac{\pi}{4}$:

$$X(t_1)=X\left(\frac{\pi}{4}\right)=U\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{4}\right)=U\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0.$$

Найдем сечение функции $X(t)$, соответствующее значению аргумента $t_2=\dfrac{\pi}{8}$:

$$X(t_2)=X\left(\frac{\pi}{8}\right)=U\cos\left(2\cdot\frac{\pi}{8}\right)=U\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot U.$$

Задача 2. Найти математическое ожидание случайного процесса $X(t)=e^tU,$ где $U-$ случайная величина, причем $M(U)=6.$

Решение

Математическое ожидание (неслучайный множитель можно выносить за знак математического ожидания):

$$M(X(t))=M\left[e^tU\right]=e^t\cdot M(U)=6e^t$$

Задача 3. Известна корреляционная функция K_x случайного процесса $X(t)$. Найти корреляционную функция случайного процесса $Y(t) = X(t)(3t+2)$.

Решение.

Так как случайный процесс $Y(t) = X(t)(3t+2)$. представляет собой произведение случайного процесса $X(t)$ с корреляционной функцией K_x и неслучайного множителя $(3t+2)$, то по свойствам корреляционной функции получаем:

$$K_y(t_1,t_2) = (3t_1+2)\cdot(3t_2+2)\cdot K_x(t_1,t_2).$$

.

Задача 4. Задана корреляционная функция $K_x = 2e^{-(t_1-t_2)^2}$ случайного процесса $X(t)$. Найти корреляционную функцию ее производной.

Решение

По определению, если $Y(t) = X'(t)$, то корреляционная функция K_y равна частной производной по обоим переменным от K_x:

$$K_y(t_1,t_2) = \frac{\partial^2}{\partial t_1 \partial t_2}\left(K_y(t_1,t_2)\right) = \frac{\partial^2}{\partial t_1 \partial t_2}\left(2e^{-(t_1-t_2)^2}\right) = \frac{\partial}{\partial t_2}\left(2e^{-(t_1-t_2)^2}\left(-2(t_1-t_2)\right)\right) =$$

$$= -4\cdot\frac{\partial}{\partial t_2}\left(e^{-(t_1-t_2)^2}\cdot(t_1-t_2)\right) = -4\cdot\left(e^{-(t_1-t_2)^2}\left(-2(t_1-t_2)\cdot(-1)\right)\cdot(t_1-t_2) + e^{-(t_1-t_2)^2}\cdot(-1)\right) =$$

$$= -4\cdot e^{-(t_1-t_2)^2}\left(2\cdot(t_1-t_2)^2 - 1\right).$$