1. В группе восемь студентов, участвующих в международной игре. Пятеро из Германии. В первый день на игру случайным образом отбирают трое человек. Определить вероятность того, что среди них двое знают немецкий язык.

Решение. Найдем вероятность этого события по классическому определению вероятности: $P=\frac{m}{n}$, где m – число исходов, благоприятствующих осуществлению события, а n – число всех равновозможных элементарных исходов.

$n=C_8^3=\frac{8!}{3!5!}=\frac{6\cdot 7\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3}=56$ - число способов выбрать любых 3 студентов из 8 на участие в игре.

$m=C_5^2\cdot C_3^1=\frac{5!}{2!3!}\cdot 3=\frac{4\cdot 5}{1\cdot 2}\cdot 3=30$ - число способов выбрать 2 студентов, которые знают немецкий (из 5 студентов из Германии) и еще 1 студента из оставшихся 8-5=3 человек.

Тогда вероятность $P=\frac{30}{56}\approx 0,536$

Ответ: 0,536.

2. На аукцион выставлены две картины известного художника. Вероятность того, что первая картина будет продана, равна 0,8. Для второй картины вероятность быть проданной специалисты оценивают как 0,6. Определить вероятность того, что будет продана только одна картина.

Решение. Введем независимые события
$A1$ = (Продана первая картина),
$A2$ = (Продана вторая картина).
По условию $P(A1)=0,8$, $P(A2)=0,6$.

Найдем вероятность события Y =(Будет продана только одна картина), его можно записать как $Y=A1\cdot\overline{A2}+\overline{A1}\cdot A2$ (продана первая и не продана вторая, или продана вторая и не продана первая). По теоремам сложения и умножения вероятностей получаем:

$$P(Y)=P\left(A1\cdot\overline{A2}+\overline{A1}\cdot A2\right)=P(A1)\cdot P(\overline{A2})+P(\overline{A1})\cdot P(A2)=$$
$$=0,8\cdot 0,4+0,2\cdot 0,6=0,44.$$

Ответ: 0,44.

3. Случайная величина η задана законом распределения:

η_i	–3	–2	1	2
p_i	0,3	0,2	0,4	0,1

Найти значение функции распределения при η=1,5.

Решение. По определению функция распределения $F(x)=P(\eta<x)$.
Тогда
$$F(1,5)=P(\eta<1,5)=P(\eta=-3)+P(\eta=-2)+P(\eta=1)=$$
$$=0,3+0,2+0,4=0,9.$$

Ответ: 0,9.

4. Случайная величина η имеет нормальное распределение с параметрами $N(-2;2)$. Найти $P(0\le\eta\le 2)$.

Решение. Используем формулу для нахождения вероятности попадания нормальной случайной величины η в интервал:
$$P(\alpha<\eta<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),\quad \text{где}\quad \Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2}dz\quad -$$
нормированная функция Лапласа (значения берутся из таблицы), $a=-2$ - математическое ожидание, $\sigma=2$ - среднее квадратическое отклонение (взяли из условия, что $\eta\sim N(-2,2)$).
Получаем:
$$P(0\le\eta\le 2)=\Phi\left(\frac{2+2}{2}\right)-\Phi\left(\frac{0+2}{2}\right)=\Phi(2)-\Phi(1)=$$
$$=0,4772-0,3413=0,1359.$$

Ответ: 0,1359.

5. Случайная величина v задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x\le 0\\ b\sqrt{x^3}, & \text{при } 0<x<2\\ 1, & \text{при } x\ge 2\end{cases}.$$

Найти параметр b.

Решение. Найдем параметр b из свойств функции распределения:

$F(2)=1$, откуда

$F(2)=b\sqrt{2^3}=1,$

$2\sqrt{2}b=1,$

$b=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\approx 0,354.$

Ответ: $b=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\approx 0,354.$

6. Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	–3	–2	0
n_i	4	3	3

Вычислить исправленную выборочную дисперсию.

Решение.

Объем выборки $n=\sum n_i=4+3+3=10$.

Выборочная средняя:

$\bar{x}=\dfrac{1}{n}\sum x_i n_i=\dfrac{1}{10}(-3\cdot 4-2\cdot 3+0\cdot 3)=-1,8$.

Выборочная дисперсия

$D_x=\dfrac{1}{n}\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2 n_i=\dfrac{1}{10}\left((-3+1,8)^2\cdot 4+(-2+1,8)^2\cdot 3+(0+1,8)^2\cdot 3\right)=1,56$

.

Исправленная выборочная дисперсия:

$S^2=\dfrac{n}{n-1}D_x=\dfrac{10}{9}\cdot 1,56\approx 1,733$