

Решение. Используем классическое определение вероятности: $P = \frac{m}{n}$,

где m – число исходов, благоприятствующих осуществлению события, а n – число всех элементарных равновозможных исходов.

$n = C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252$ - число различных способов выбрать 5 билетов из имеющихся 10.

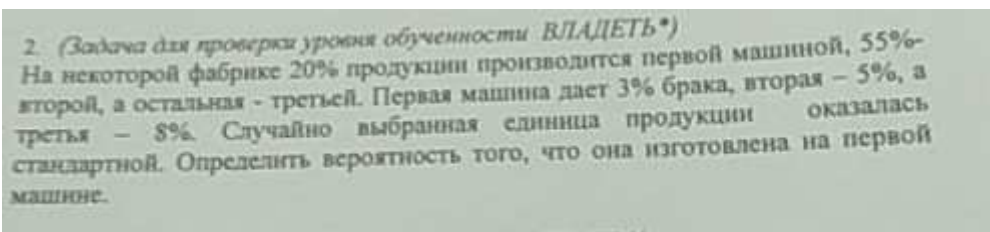
Выиграют не более одного, то есть или один, или ноль билетов будет с выигрышем.

$m = C_2^1 \cdot C_8^4 + C_2^0 \cdot C_8^5 = 2 \cdot \frac{8!}{4!4!} + 1 \cdot \frac{8!}{5!3!} = 2 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + 1 \cdot \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 196$ - число

различных способов выбрать или 1 выигрышный билет (из 2) и еще 4 невыигрышных (из $10-2=8$), или 0 выигрышных билетов и еще 5 невыигрышных.

Вероятность $P = \frac{m}{n} = \frac{196}{252} = \frac{7}{9} = 0,778$.

Ответ: 0,778.



Решение. Рассмотрим полную группу гипотез:

H_1 = (Продукция изготовлена машиной 1),

H_2 = (Продукция изготовлена машиной 2),

H_3 = (Продукция изготовлена машиной 3).

Выпишем вероятности гипотез из условия задачи:

$P(H_1) = 20\% = 0,2$, $P(H_2) = 55\% = 0,55$, $P(H_3) = 1 - 0,2 - 0,55 = 0,25$.

Введем событие A = (Случайно выбранная единица продукции оказалась стандартной). Найдем условные вероятности:

$$P(A | H1) = 100\% - 3\% = 97\% = 0,97,$$

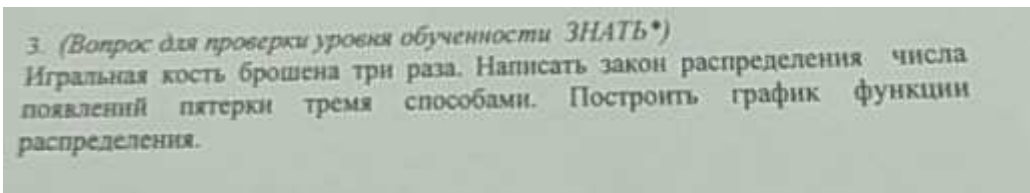
$$P(A | H2) = 100\% - 5\% = 95\% = 0,95,$$

$$P(A | H3) = 100\% - 8\% = 92\% = 0,92.$$

Теперь найдем вероятность того, что продукция изготовлена на первой машине, если она оказалась стандартной, по формуле Байеса:

$$P(H1 | A) = \frac{P(H1)P(A | H1)}{P(A | H1)P(H1) + P(A | H2)P(H2) + P(A | H3)P(H3)} =$$
$$= \frac{0,20 \cdot 0,97}{0,20 \cdot 0,97 + 0,55 \cdot 0,95 + 0,25 \cdot 0,92} \approx 0,205.$$

Ответ: 0,205.



Решение. Рассмотрим дискретную случайную величину X = (Число выпавших пятерок при трех бросаниях кости). Она может принимать значения 0,1,2,3. X распределена по биномиальному закону с параметрами $n = 3$, $p = 1/6$. Вероятности $P(X = k)$ будем вычислять по формуле Бернулли $P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$. Получаем.

$$P(X = 0) = P_3(0) = C_3^0 (1/6)^0 (5/6)^3 = \frac{125}{216}.$$

$$P(X = 1) = P_3(1) = C_3^1 (1/6)^1 (5/6)^2 = \frac{25}{72}.$$

$$P(X = 2) = P_3(2) = C_3^2 (1/6)^2 (5/6)^1 = \frac{5}{72}.$$

$$P(X = 3) = P_3(3) = C_3^3 (1/6)^3 (5/6)^0 = \frac{1}{216}.$$

Закон распределения X имеет вид:

X	0	1	2	3
P	125/216	25/72	5/72	1/216

Найдем функцию распределения $F(x) = P(X < x)$, то есть
при $x \leq 0$, $F(x) = 0$,
при $0 < x \leq 1$, $F(x) = 0 + 125/216 = 125/216$,

при $1 < x \leq 2$, $F(x) = 125/216 + 25/72 = 25/27$,
при $2 < x \leq 3$, $F(x) = 25/27 + 5/72 = 215/216$,
при $x > 3$, $F(x) = 215/216 + 1/216 = 1$.

График функции распределения:

