

Контрольные задания по метрологии

1. При измерении активного сопротивления резистора были произведены десять равнооточных измерений, результаты которых приведены в таблице. Оцените абсолютную и относительную погрешности и запишите результат измерения для доверительных вероятностей 0,95 и 0,99.

Ном. вар.	Результат измерений, Ом									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	829,5	829,7	829,4	829,8	829,1	829,4	829,7	829,4	829,8	829,9
2	900,4	901,1	901,0	900,7	900,5	900,8	900,1	900,9	900,5	900,7
3	636,5	636,9	636,0	636,5	636,7	636,5	636,8	636,4	636,5	636,8
4	721,7	721,9	721,4	721,7	721,4	721,6	721,4	721,9	721,1	721,3
5	628,4	628,7	628,1	628,4	628,8	628,4	628,1	628,7	628,5	628,8
6	824,3	824,8	824,4	824,9	824,7	824,2	824,4	824,8	824,7	824,3
7	901,4	901,8	901,6	901,3	901,7	901,0	901,9	901,6	901,4	901,8
8	953,6	953,7	953,9	953,5	953,7	953,7	953,5	953,8	954,0	953,9
9	740,4	740,3	740,5	740,7	740,8	740,9	740,4	740,3	740,2	740,3
10	183,1	183,0	182,9	183,9	183,1	183,0	182,9	182,8	183,0	183,1

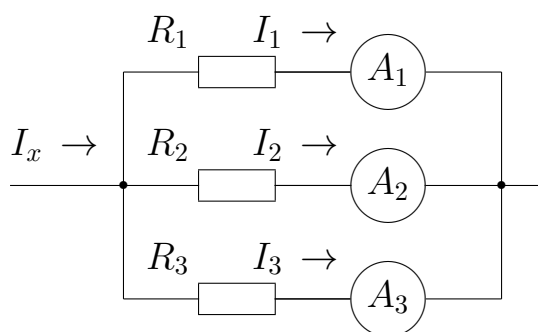
2. Оценить погрешность прямого однократного измерения напряжения U на сопротивлении R , выполненного вольтметром класса точности γ с верхним пределом измерения U_n и имеющим сопротивление R_V . Известно, что дополнительные погрешности показаний средства измерения из-за влияния магнитного поля и температуры не превышают соответственно δ_M и δ_T допускаемой предельной погрешности.

Вар.	U , В	R , Ом	U_n , В	R_V , Ом	γ	δ_M %	δ_T %
1	1,8	3,5	2,0	1000	0,5	0,55	0,25
2	4,5	5,0	5,0	1500	1,0	0,70	0,35
3	1,2	4,5	1,5	1450	0,5	0,75	0,40
4	2,8	4,0	3,0	1200	1,5	0,80	0,50
5	1,4	3,0	2,0	1300	0,5	0,65	0,45
6	3,7	3,4	5,0	1100	1,0	0,60	0,30
7	2,4	4,8	3,0	1250	0,5	0,50	0,35
8	4,2	5,2	5,0	1400	1,5	0,85	0,45
9	1,8	3,8	2,5	1250	1,0	0,80	0,30
10	3,4	4,2	5,0	1600	0,5	0,70	0,40

3. При поверке после ремонта вольтметра класса точности 1,5 с конечным значением шкалы 5В, в точках шкалы 1,2,3,4,5 В, получены показания образцового прибора, представленные в таблице. Определить, соответствует ли поверяемый вольтметр своему классу точности.

Номер варианта	Показания образцового прибора				
	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
1	1,05	1,98	3,02	4,04	5,03
2	0,97	2,04	2,95	3,98	5,01
3	1,08	1,95	3,01	3,96	4,93
4	0,95	2,07	3,04	4,07	4,95
5	0,98	2,07	2,96	4,05	5,05
6	0,96	1,93	3,05	4,08	4,97
7	1,04	2,03	3,08	4,02	4,98
8	1,02	2,01	2,94	3,97	5,07
9	0,96	1,92	2,99	3,98	5,08
10	1,04	1,99	3,08	4,06	4,94

4. Определить величину электрического тока I_x в общей цепи, а также значения абсолютной и относительной погрешности его определения, если токи, измеренные в ветвях цепи, равны I_1, I_2, I_3 .



Классы точности амперметров, включенных в эти ветви, соответствуют K_1, K_2, K_3 , а их предельные значения шкал – $I_{max1}, I_{max2}, I_{max3}$

Номер варианта	I , Ампер			K			I_{max} , Ампер		
	I_1	I_2	I_3	K_1	K_2	K_3	I_{max1}	I_{max2}	I_{max3}
1	0,6	1,5	2,5	0,5	1,0	1,5	1,0	2,0	3,0
2	0,4	1,0	2,1	1,0	1,5	2,5	0,5	1,5	2,5
3	0,1	0,4	1,6	1,5	1,5	1,0	0,1	1,5	2,0
4	1,3	4,5	4,7	2,5	0,5	1,5	1,5	5,0	5,0
5	0,15	0,45	0,48	1,0	1,5	0,5	0,2	0,5	0,5
6	8,0	4,5	2,7	4,0	2,5	1,5	10,0	5,0	3,0
7	0,08	0,17	0,12	0,02/0,01	0,1	0,2	0,1	0,2	0,15
8	0,18	0,07	0,47	0,05/0,02	0,05	0,1	0,2	0,1	0,5
9	25,0	8,0	4,5	1,5	1,5	1,0	30,0	10,0	5,0
10	0,48	0,19	0,09	0,1/0,05	0,1	0,05	0,5	0,2	0,1

5. Производится эксперимент по определению параметров транзисторов α и β . Для этого измеряются микроамперметрами ток коллектора I_K и ток эмиттера I_3 , а затем определяются

параметры α и β по формулам $\alpha = \frac{I_K}{I_3}$, $\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$. Представьте результаты определения указанных параметров вместе с погрешностями их определения. Предел измерения используемых микроамперметров, их классы точности (K_{I_K} , K_{I_3}) и полученные показания приведены в таблице.

Номер варианта	Предел измерения		Класс точности		Показания приборов	
	I_3 , мкА	I_K , мкА	K_{I_3}	K_{I_K}	I_3 , мкА	I_K , мкА
1	300	250	0,1/0,05	0,02/0,01	250	245
2	250	200	0,5	0,5	200	190
3	500	500	0,2/0,1	0,5	400	385
4	250	200	0,1/0,05	0,02/0,01	200	190
5	150	150	0,5	0,2	140	135
6	300	250	1,0	0,5	240	235
7	250	250	0,05/0,02	0,02/0,01	220	210
8	150	150	0,5	0,1/0,05	145	140
9	300	250	0,1/0,05	0,2	245	240
10	250	250	0,2	0,05/0,02	220	210

6. В информационно-измерительной системе для градуировки канала измерения нагрузки механического пресса, включающего тензометрический датчик и плату тензостанции на основе 16-разрядного аналого-цифрового преобразователя, устанавливались усилия x , контролируемые эталонным динамометром, и фиксировались числовые значения y на выходе аналого-цифрового преобразователя. Диапазон градуировки 0...50 кН. Данные измерений y сведены в таблицу. Найти линейную функцию преобразования и построить градуировочную характеристику канала. Определить наибольшую относительную погрешность и приведенную погрешность канала измерения.

Номер варианта	Величина силы, кН					
	0	10	20	30	40	50
1	11	1503	3009	4483	5986	7501
2	1	3268	6543	9827	13120	16400
3	3	1881	3690	6544	7344	9178
4	-149	6108	12140	18200	24170	30190
5	42	713	1305	1944	2587	3204
6	14	331	673	1015	1352	1695
7	33	1526	3032	4504	6008	7525
8	330	1014	1694	2369	3034	3718
9	-79	5474	11070	16600	22170	27740
10	13	674	1354	2030	2706	3370

Примеры решения

1. При измерении активного сопротивления резистора были произведены десять равнозначных измерений: 542,3; 542,7; 542,1; 542,9; 542,5; 542,4; 542,7; 542,6; 542,3; 542,5 Ом.

Среднее арифметическое значение

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = 542,5.$$

Вычисляем среднее квадратическое отклонение СКО единичных результатов

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} = 0,236.$$

Предполагая, что погрешность распределена по нормальному закону, исключаем “промахи”, то есть измерения с грубыми погрешностями, для которых

$$|R_i - \bar{R}| > 3\sigma.$$

После исключения “промахов” расчёт начинается с начала. В этом примере измерений, погрешность которых превышает величину 3σ , нет.

Вычисляем СКО среднего арифметического (СКО результата измерений)

$$S_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0,075.$$

Определяем доверительные границы случайной погрешности при заданной доверительной вероятности $p = 0,95$

$$\varepsilon = t_q \cdot S_{\bar{R}},$$

где $t_q(P, n)$ – коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности P и числа измерений n .

**Значение коэффициента t для случайной величины Y ,
имеющей распределение Стьюдента
с $n-1$ степенями свободы**

$n-1$	$P=0,95$	$P=0,99$	$n-1$	$P=0,95$	$P=0,99$
3	3,182	5,841	16	2,120	2,921
4	2,776	4,604	18	2,101	2,878
5	2,571	4,032	20	2,086	2,845
6	2,447	3,707	22	2,074	2,819
7	2,365	3,499	24	2,064	2,797
8	2,306	3,355	26	2,056	2,779
9	2,262	3,250	28	2,048	2,763
10	2,228	3,169	30	2,043	2,750
12	2,179	3,055	∞	1,960	2,576
14	2,145	2,977			

Выбирая коэффициент t из таблицы (приводится в [3], а также в справочниках), получаем

$$\varepsilon = 2,262 \cdot 0,075 = 0,17.$$

Окончательный результат измерения записываем в форме

$$542,5 \pm 0,2 \text{ Ом}, P = 0,95.$$

2. Оценить погрешность прямого однократного измерения напряжения $U = 0,9$ В на сопротивлении $R = 4$ Ом, выполненного вольтметром класса точности 0,5 с верхним пределом измерения $U_n = 1,5$ В и имеющим сопротивление $R_V = 1000$ Ом. Известно, что дополнительные погрешности показаний средства измерения из-за влияния магнитного поля и температуры не превышают соответственно $\delta_M = \pm 0,75\%$ и $\delta_T = \pm 0,3\%$ допускаемой предельной погрешности.

Предел допускаемой относительной погрешности вольтметра на отметке 0,9 В составляет

$$\delta_x = \delta_{\text{СИ}} \frac{U_n}{U} = 0,5 \frac{1,5}{0,9} = 0,83\%.$$

При подсоединении вольтметра исходное напряжение U_x изменится из-за наличия внутреннего сопротивления вольтметра R_V и составит

$$U_V = \frac{R_V}{R + R_V} U_x.$$

Тогда относительная методическая погрешность, обусловленная конечным значением R_V будет равна

$$\delta_m = \frac{U_V - U_x}{U_x} 100 = -\frac{R}{R + R_V} 100 = -\frac{4 \cdot 100}{104} = -0,4\%.$$

Данная методическая погрешность является систематической составляющей погрешности измерения и должна быть внесена в результат в виде поправки $-\delta_m = 0,4\%$, или в абсолютной форме

$$q = \frac{-\delta_m \cdot U}{100} = \frac{0,4 \cdot 0,9}{100} = 0,004 \text{ В}.$$

Тогда результат измерения с учетом поправки $\bar{U}_x = 0,900 + 0,004 = 0,904$ В.

Поскольку основная и дополнительная погрешности заданы своими граничными значениями, они могут рассматриваться как не исключённые систематические погрешности.

При оценке границ НСП в соответствии с ГОСТ 8.207-76 их рассматривают как случайные величины, распределённые по равномерному закону. Тогда границы НСП результата измерения θ можно вычислить по формуле

$$\theta = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \theta_i^2},$$

где θ_i – граница i -й составляющей НСП; k – коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью P . Если число суммируемых НСП больше четырёх ($m > 4$), то коэффициент выбирается из ряда

P	0,9	0,95	0,98	0,99
k	0,95	1,1	1,3	1,4

Если число суммируемых погрешностей $m \leq 4$, то коэффициент k определяется по графику [3].

При доверительной вероятности $P = 0,95$ доверительная граница не исключённой систематической составляющей будет

$$\theta = 1,1\sqrt{0,83^2 + 0,75^2 + 0,3^2} = 1,1 \cdot 1,16 = \pm 1,3\%,$$

а в абсолютной форме

$$\Delta = \frac{\theta \cdot U}{100} = \pm 1,3 \cdot 0,9 \cdot 10^{-2} = \pm 0,012 \text{ В}.$$

Ввиду того, что $\Delta > q$, окончательный результат записывается в виде

$$U = 0,90 \text{ В}, \Delta = 0,01 \text{ В}, P = 0,95.$$

3. При поверке после ремонта вольтметра класса точности 2,5 с конечным значением шкалы 5В, в точках шкалы 1,2,3,4,5 В, получены показания образцового прибора 1,08; 1,97; 2,95; 3,87; 4,90 В соответственно.

Предельная допускаемая абсолютная погрешность прибора равна

$$5,0 \cdot \frac{2,5}{100} = 0,125 \text{ В}.$$

В точке шкалы 4 В погрешность прибора превышает предельно допустимую. Следовательно, после ремонта прибор не соответствует своему классу точности.

4. Токи, измеренные в ветвях цепи, равны $I_1 = 0,64$; $I_2 = 0,15$; $I_3 = 0,35$ А. Пределы измерения амперметров и классы точности равны соответственно $I_{1m} = 1,0$; $I_{2m} = 0,2$; $I_{3m} = 0,5$ А, $K_1 = 0,5$; $K_2 = 1,5$; $K_3 = 0,1/0,05$.

Величина тока в общей цепи

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 1,14 \text{ А}.$$

Погрешность измерения тока I_1

$$\Delta I_1 = I_{1m} \cdot \frac{K_1}{100} = 1,0 \cdot \frac{0,5}{100} = 0,005 \text{ А}.$$

Погрешность измерения тока I_2

$$\Delta I_2 = I_{2m} \cdot \frac{K_2}{100} = 0,2 \cdot \frac{1,5}{100} = 0,003 \text{ А}.$$

Погрешность измерения тока I_3

$$\delta I_3 = c + d \left(\frac{I_{3m}}{I_3} - 1 \right) = 0,1 + 0,05 \left(\frac{0,5}{0,35} - 1 \right) = 0,12\%,$$

$$\Delta I_3 = \frac{I_3 \cdot \delta I_3}{100} = \frac{0,35 \cdot 0,12}{100} = 0,0004 \text{ А}.$$

Предельная погрешность косвенного определения величины тока в общей цепи не превышает суммы абсолютных погрешностей измерений токов в отдельных ветвях цепи

$$\Delta I = \Delta I_1 + \Delta I_2 + \Delta I_3 = 0,005 + 0,003 + 0,0004 = 0,0084 \text{ А}.$$

Относительная погрешность измерения

$$\delta I = \frac{\Delta I}{I} \cdot 100 = \frac{0,0084}{1,14} \cdot 100 = 0,74 \%$$

Таким образом, $I = 1,14 \pm 0,01$ А.

5. Токи транзистора $I_k = 234$ мА и $I_s = 241$ мА измерены микроамперметрами с пределом измерений 250 мА и классом точности 0,5.

Коэффициент передачи тока

$$\alpha = \frac{I_k}{I_s} = \frac{234}{241} = 0,97.$$

Погрешность косвенного определения α в этом случае находится как сумма относительных погрешностей измерений токов

$$\delta\alpha = \delta I_k + \delta I_s = \frac{250 \cdot 0,5}{234} + \frac{250 \cdot 0,5}{241} = 1,05 \%$$

Абсолютная погрешность

$$\Delta\alpha = \frac{0,97 \cdot 1,05}{100} = 0,01.$$

Таким образом, $\alpha = 0,97 \pm 0,01$.

Коэффициент усиления β связан с α функциональной зависимостью

$$\beta = f(\alpha) = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{0,97}{1 - 0,97} = 32,3.$$

Погрешность определения β

$$\Delta\beta = |f'(\alpha)| \cdot \Delta\alpha = \frac{1}{(1 - \alpha)^2} \cdot \Delta\alpha = \frac{1}{(1 - 0,97)^2} \cdot 0,01 = 11,1.$$

Таким образом, погрешность определения β в этом случае очень велика.

6. Линейная функция преобразования $y = ax + b$, представляющая собой зависимость между входной величиной x (нагрузкой) и выходной величиной y (значением на выходе АЦП), находится методом наименьших квадратов (МНК). Для этой цели составляется таблица.

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$	\bar{x}_i	Δx_i	δx_i
1	0	2	0	0	0,002	0,002	
2	10	751	100	7510	10,006	0,006	0,06
3	20	1504	400	30080	20,064	0,064	0,32
4	30	2241	900	67230	29,909	0,091	0,30
5	40	2993	1600	119720	39,953	0,047	0,12
6	50	3750	2500	187500	50,065	0,065	0,13
Σ	150	11241	5500	412040			

Значения коэффициентов линейной зависимости находятся по формулам

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{6 \cdot 412040 - 150 \cdot 11241}{6 \cdot 5500 - 150^2} = 74,87,$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{5500 \cdot 11241 - 150 \cdot 412040}{6 \cdot 5500 - 150^2} = 1,86.$$

Функция преобразования измерительного канала имеет вид $y = 74,87x + 1,86$. Полученная зависимость может быть преобразована для вычисления неизвестной входной величины $\bar{x} = 0,0134y - 0,0248$.

Как видно из таблицы, наибольшая относительная погрешность $\delta x = 0,32\%$. Наибольшая абсолютная погрешность преобразования $\Delta x = 0,091$ наблюдается в точке $x = 30$, таким образом, приведённая погрешность равна

$$\gamma = \frac{0,091}{50} \cdot 100 = 0,18\%.$$

Литература

1. М. С. Волковой, Е. Е. Суханов, Ю. Н. Хижняков, А. А. Южаков. Метрология, стандартизация, сертификация. Пермь, - 2008.
2. А. Г. Сергеев. Метрология. Москва, - 2005.
3. ГОСТ 8.207-76.