

Системный анализ

Задача с решением на тему «Многоцелевая оптимизация»

Необходимо определить целевую функцию системы при условии, что при строительстве нового склада временного хранения (СВХ) было выявлено, что в комплексе СВХ необходимо иметь по меньшей мере 4 малых (30 м^2), 6 средних (75 м^2) и 9 больших (100 м^2) помещений. При этом общий объем вновь создаваемых помещений не должен быть меньше 2500 м^2 . По расчетам, ожидаемые затраты на строительство: 1 тыс. долл. - для каждого малого, 3 тыс. долл. — для каждого среднего и 10 тыс. долл. — для каждого большого помещения. Строительная компания хотела бы ограничить расходы, связанные со строительством, суммой в 1 млн. долл.

Решение.

Определение управляемых переменных. Управляемыми переменными данной задачи будет являться количество малых, средних и больших помещений (X_1 , X_2 и X_3), которые предполагается построить.

Определение целей. Задача содержит несколько целей, приведенных ниже.

Цель 1. Новый комплекс СВХ должен содержать по меньшей мере 4 малых помещений.

Цель 2. Новый комплекс СВХ должен содержать приблизительно 6 средних помещений.

Цель 3. Новый комплекс СВХ должен содержать приблизительно 9 больших помещений.

Цель 4. Площадь нового комплекса СВХ должна быть не меньше 2500 м^2 .

Цель 5. Строительство нового комплекса СВХ должно обойтись приблизительно в 1 млн. долл.

Построение целевых ограничений. Целевые ограничения показывают, как точно данное решение обеспечивает достижение поставленной цели.

Если бы требовалось установить план строительства СВХ, содержащего точно 4 малых, 6 средних и 9 больших помещений, то в модель были бы включены следующие жесткие ограничения:

$$X_1 = 4; X_2 = 6; X_3 = 9$$

Трансформация этих ограничений в мягкие ограничения приводит к следующей записи:

$$\begin{aligned}X_1 - d_1^+ &= 4; \\X_2 - d_2^+ &= 6; \\X_3 - d_3^+ &= 9; \\d_1^+, d_2^+, d_3^+ &\geq 0\end{aligned}$$

Введенные переменные d_1^+, d_2^+, d_3^+ определяют перевыполнение требования «не меньше».

Остальные целевые ограничения задачи (по суммарным площадям и суммарным затратам) могут быть сформулированы в следующем виде:

$$\begin{aligned}30X_1 + 75X_2 + 100X_3 - d_4^+ &= 2500 \\1000X_1 + 3000X_2 + 10000X_3 + d_5^- &= 1000000 \\d_4^+, d_5^- &\geq 0\end{aligned}$$

Построение целевой функции.

При идеальном решении все переменные, определяющие отклонения от целевых требований, будут равны нулю. Однако чаще всего достигнуть идеального решения не удается из-за противоречивости поставленных в задаче целей. Поэтому наилучшим признается решение, в наименьшей степени отличающееся от идеального. То есть целевая функция имеет следующий вид:

$$\sum \left(\frac{w_i^- d_i^- + w_i^+ d_i^+}{t_i} \right) \rightarrow \min$$

где

t_i - правая часть i -го ограничения;

w_i^-, w_i^+ - веса i -й переменной, выражающие желательность положительных и отрицательных отклонений от заданных целей (в смысле невыполнения или перевыполнения содержащихся в них требований).

При отсутствии каких-либо стандартных процедур определения значения весов w_i^-, w_i^+ , гарантирующих получение желаемого решения задачи целевого программирования, чаще всего лицо, принимающее решение, вынуждено использовать для этого итеративные процедуры, сводящиеся к многократному решению задачи при различных значениях весов и анализу получаемых результатов.

Допустим, что руководство строительной компании считает нежелательным:

Контрольная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

- перевыполнение первых трех целей (строительство заданного количества малых, средних и больших помещений СВХ);

- перевыполнение установленного общего объема вводимых площадей 2500 м²;

- перерасход установленной сметы реконструкции в 1 млн. долл.

При указанных допущениях целевая функция задачи, выражающая взвешенную относительную сумму отклонений от поставленных целей, будет иметь вид

$$\frac{w_1^+}{4} d_1^+ + \frac{w_2^+}{6} d_2^+ + \frac{w_3^+}{9} d_3^+ + \frac{w_4^+}{2500} d_4^+ + \frac{w_5^-}{1000000} d_5^-$$