

## Лабораторная работа с решением Теория систем и системный анализ

### Задача 1

Найти оптимальное решение задачи о капиталовложениях. Требуемые исходные данные приведены в таблице. Суммарный объем инвестиций равен 10 млн. руб.

Пункт	Предприятие 1		Предприятие 2		Предприятие 3	
	Z1	R1	Z2	R2	Z3	R3
1	4	8	4	6	1	3
2	6	10	5	7	3	5
3	7	12	-	-	4	7
4	9	6	-	-	7	12

Решение.

Распределяем средства, оставшиеся от 1 и 2 предприятий.

1 и 2 предприятию может достаться в сумме 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 млн. руб.

Остаться может 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10 млн. руб.

$e^2$ остаток от 1 и 2 предприятий	$u^3$ отдаем 3 предприятию	$e^3 = e^2 - u^3$ остаток	$f_3(u^3)$	$F^*_3(e^3)$	$u_3(e^3)$
0	0	0	0	0	0
1	0	1	0		
	1	0	3	3	1
2	0	2	0		
	1	1	3	4	1
3	0	3	0		
	1	2	3	5	1
	3	0	5	5	3
4	0	4	0		
	1	3	3		
	3	1	5		
	4	0	7	7	4
5	0	5	0		
	1	4	3		
	3	2	5		
	4	1	7	8	4
6	0	6	0		
	1	5	3		
	3	3	5		
	4	2	7	9	4
10	0	10	0		
	1	9	3		
	3	7	5		
	4	6	7		
	7	3	12	15	7

Лабораторная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Распределяем средства, оставшиеся от 1-го предприятия.  
 1 предприятию может достаться в сумме 0, 4, 6, 7, 9 млн. руб.  
 Остаться может 1, 3, 4, 6, 10 млн. руб.

$e^1$ остаток от 1 предприятия	$u^2$ отдаем 2-му	$e^2 = e^1 - u^2$ остаток от 2-го	$f_2(u^2)$ доход 2-го	$F^*_2(e^1)$ доход от остатка	$F_1(u^2, e^1)$ всего	$F^*_2(e^2)$	$u_2(e^2)$
1	0	1	0	3	3	3	0
3	0	3	0	5	5	5	0
4	4	0	6	0	6	6	4
<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>4</b>
	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>5</b>
10	4	6	6	9	15	15	4
	5	5	7	8	15	15	5

Распределяем 10 млн. руб.

$e^0$	$u^1$	$e^1 = e^0 - u^1$	$f_1(u^1)$	$F^*_1(e^0)$	$F_0(u^1, e^0)$	$F^*_1(e^1)$	$u_1(e^1)$
10	0	10	0	15	15		
	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>4</b>
	6	4	10	6	16		
	7	3	12	5	17		
	9	1	6	3	9		

Двигаемся в обратном направлении:  
 максимальный доход = 18 млн. руб.

1 вариант распределения:

1-му предприятию выделяем 4 млн. руб.

2-му предприятию выделяем 4 млн. руб.

3-му предприятию выделяем 2 млн. руб.

2 вариант распределения:

1-му предприятию выделяем 4 млн. руб.

2-му предприятию выделяем 5 млн. руб.

3-му предприятию выделяем 1 млн. руб.

## Задача 2

Автомобиль эксплуатируется в течение 7 лет. В начале каждого года может быть принято решение о замене машины новой. Стоимость новой машины 12 тыс. руб. После  $t$  лет эксплуатации автомашину можно продать по цене  $\varphi(t) = \frac{12}{2^t}$ . Стоимость содержания автомобиля в течении  $k$ -го года равна  $Z_k(t) = 1,2(t+1)$  тыс. руб. Найти, когда следует заменить машину новой, чтобы суммарные затраты были минимальными.

Решение.

Рассчитываем стоимости продаж и эксплуатации в течении 7 лет.

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$\varphi(t) = \frac{12}{2^t}$	12	6	3	1,5	0,75	0,375	0,1875	0,09375
$Z_k(t) = 1,2(t+1)$	1,2	2,4	3,6	4,8	6	7,2	8,4	9,6

Заменяем минимизацию расходов на максимизацию доходов.

Производим условную оптимизацию.

1-й шаг:  $k = 7$ . Для 1-го шага возможные состояния системы  $t = 1,2,3,4,5,6,7$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_7(t) = \max(r(t), (C); S(t) - P + r(0), (3))$$

$$F_7(1) = \max(-2,4; 6 - 12 + -1,2) = -2,4 (C)$$

$$F_7(2) = \max(-3,6; 3 - 12 + -1,2) = -3,6 (C)$$

$$F_7(3) = \max(-4,8; 1,5 - 12 + -1,2) = -4,8 (C)$$

$$F_7(4) = \max(-6; 0,75 - 12 + -1,2) = -6 (C)$$

$$F_7(5) = \max(-7,2; 0,375 - 12 + -1,2) = -7,2 (C)$$

$$F_7(6) = \max(-8,4; 0,1875 - 12 + -1,2) = -8,4 (C)$$

$$F_7(7) = \max(-9,6; 0,09375 - 12 + -1,2) = -9,6 (C)$$

2-й шаг:  $k = 6$ . Для 2-го шага возможные состояния системы  $t = 1,2,3,4,5,6$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_6(t) = \max(r(t) + F_7(t+1); S(t) - P + r(0) + F_7(1))$$

$$F_6(1) = \max(-2,4 + -3,6; 6 - 12 + -1,2 + -2,4) = -6 (C)$$

$$F_6(2) = \max(-3,6 + -4,8; 3 - 12 + -1,2 + -2,4) = -8,4 (C)$$

$$F_6(3) = \max(-4,8 + -6; 1,5 - 12 + -1,2 + -2,4) = -10,8 (C)$$

$$F_6(4) = \max(-6 + -7,2; 0,75 - 12 + -1,2 + -2,4) = -13,2 (C)$$

$$F_6(5) = \max(-7,2 + -8,4; 0,375 - 12 + -1,2 + -2,4) = -15,225 (3)$$

$$F_6(6) = \max(-8,4 + -9,6; 0,1875 - 12 + -1,2 + -2,4) = -15,4125 (3)$$

3-й шаг:  $k = 5$ . Для 3-го шага возможные состояния системы  $t = 1,2,3,4,5$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_5(t) = \max(r(t) + F_6(t+1); S(t) - P + r(0) + F_6(1))$$

$$F_5(1) = \max(-2,4 + -8,4; 6 - 12 + -1,2 + -6) = -10,8 (C)$$

$$F_5(2) = \max(-3,6 + -10,8; 3 - 12 + -1,2 + -6) = -14,4 (C)$$

$$F_5(3) = \max(-4,8 + -13,2; 1,5 - 12 + -1,2 + -6) = -17,7 (3)$$

$$F_5(4) = \max(-6 + -15,225; 0,75 - 12 + -1,2 + -6) = -18,45 (3)$$

$$F_5(5) = \max(-7,2 + -15,4125; 0,375 - 12 + -1,2 + -6) = -18,825 (3)$$

4-й шаг:  $k = 4$ . Для 4-го шага возможные состояния системы  $t = 1, 2, 3, 4$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_4(t) = \max(r(t) + F_5(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F_5(1))$$

$$F_4(1) = \max(-2,4 + -14,4 ; 6 - 12 + -1,2 + -10,8) = -16,8 \text{ (C)}$$

$$F_4(2) = \max(-3,6 + -17,7 ; 3 - 12 + -1,2 + -10,8) = -21 \text{ (3)}$$

$$F_4(3) = \max(-4,8 + -18,45 ; 1,5 - 12 + -1,2 + -10,8) = -22,5 \text{ (3)}$$

$$F_4(4) = \max(-6 + -18,825 ; 0,75 - 12 + -1,2 + -10,8) = -23,25 \text{ (3)}$$

5-й шаг:  $k = 3$ . Для 5-го шага возможные состояния системы  $t = 1, 2, 3$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_3(t) = \max(r(t) + F_4(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F_4(1))$$

$$F_3(1) = \max(-2,4 + -21 ; 6 - 12 + -1,2 + -16,8) = -23,4 \text{ (C)}$$

$$F_3(2) = \max(-3,6 + -22,5 ; 3 - 12 + -1,2 + -16,8) = -26,1 \text{ (C)}$$

$$F_3(3) = \max(-4,8 + -23,25 ; 1,5 - 12 + -1,2 + -16,8) = -28,05 \text{ (C)}$$

6-й шаг:  $k = 2$ . Для 6-го шага возможные состояния системы  $t = 1, 2$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_2(t) = \max(r(t) + F_3(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F_3(1))$$

$$F_2(1) = \max(-2,4 + -26,1 ; 6 - 12 + -1,2 + -23,4) = -28,5 \text{ (C)}$$

$$F_2(2) = \max(-3,6 + -28,05 ; 3 - 12 + -1,2 + -23,4) = -31,65 \text{ (C)}$$

7-й шаг:  $k = 1$ . Для 7-го шага возможные состояния системы  $t = 1$ , а функциональные уравнения имеют вид:

$$F_1(t) = \max(r(t) + F_2(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F_2(1))$$

$$F_1(1) = \max(-2,4 + -31,65 ; 6 - 12 + -1,2 + -28,5) = -34,05 \text{ (C)}$$

Результаты вычислений по уравнениям Беллмана  $F_k(t)$  приведены в таблице, в которой  $k$  - год эксплуатации, а  $t$  - возраст оборудования.

k / t	1	2	3	4	5	6	7
1	-34,05	0	0	0	0	0	0
2	-28,5	-31,65	0	0	0	0	0
3	-23,4	-26,1	-28,05	0	0	0	0
4	-16,8	-21	-22,5	-23,25	0	0	0
5	-10,8	-14,4	-17,7	-18,45	-18,83	0	0
6	-6	-8,4	-10,8	-13,2	-15,23	-15,41	0
7	-2,4	-3,6	-4,8	-6	-7,2	-8,4	-9,6

В таблице цветом выделены значения, соответствующее состоянию (3) - замена оборудования.

Ближайшее  $k$ , для которого цветом выделена замена – 4, следовательно, автомобиль нужно менять на 4 году.

### Задача 3

Фирма должна разработать календарную программу выпуска некоторого изделия на плановый период, состоящий из 5 месяцев. Пусть  $C_t(x_t, i_t)$  есть затраты на t месяц, где  $x_t$  - выпуск продукции в течении t-го месяца,  $i_t$  - уровень запасов на конец t-го месяца.

Полагаем  $D_1 = 1 D_2 = 1 D_3 = 2 D_4 = 3 D_5 = 4$

$$C_t(x_t, i_t) = \begin{cases} i_t & \text{при } x_t = 0 \\ \alpha_t + 10x_t + i_t & \text{при } x_t > 0 \end{cases}$$

$$\alpha_1 = 1 \alpha_2 = 2 \alpha_3 = 3 \alpha_4 = 4 \alpha_5 = 8$$

Разработать программу, обеспечивающую наибольшую прибыль на плановый период.

Решение.

Составляем задачу в Excel.

	A	B	C	D	E	F
1	Месяцы	1	2	3	4	5
2	Выпуск	2	2	2	2	2
3						
4	Спрос	1	1	2	3	4
5	Остатки	1	2	2	1	-1
6	$\alpha$	1	2	3	4	8
7	Затраты	22	24	25	25	27
8						
9	Суммарные затраты		123			

Выпуск – искомые переменные,

Спрос – задан,

Остатки = Остатки предыдущего месяца + Выпуск – Спрос.

Затраты рассчитываем по формуле:

В7      fx      =ЕСЛИ(B2=0;0;B6+10\*B2+B5)

	A	B	C	D	E	F
1	Месяцы	1	2	3	4	5
2	Выпуск	2	2	2	2	2
3						
4	Спрос	1	1	2	3	4
5	Остатки	1	2	2	1	-1
6	$\alpha$	1	2	3	4	8
7	Затраты	22	24	25	25	27

Решаем.

Лабораторная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Месяцы	1	2	3	4	5		
2	Выпуск	2	2	2	2	2		
3								
4	Спрос	1	1	2	3	4		
5	Остатки	1	2	2	1	-1		
6	$\alpha$	1	2	3	4	8		
7	Затраты	22	24	25	25	27		
8								
9	Суммарные затраты		123					
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								

Параметры поиска решения

Оптимизировать целевую функцию:

До:  Максимум  Минимум  Значени

Изменяя ячейки переменных:

В соответствии с ограничениями:

Получаем.

Месяцы	1	2	3	4	5
Выпуск	1	1	2	3	4
Спрос	1	1	2	3	4
Остатки	0	0	0	0	0
$\alpha$	1	2	3	4	8
Затраты	11	12	23	34	48
Суммарные затраты					
		128			

Выгоднее выпускать точно в соответствии со спросом.