

Контрольная работа Основы финансовых вычислений

1. Начисление сложных процентов несколько раз в году.

При кредитовании или инвестировании на длительные сроки (более года) практически всегда начисляются сложные проценты (compound interest). Их суть: процентный платеж в каждом расчетном периоде рассчитывается от суммы, накопленной на предыдущем периоде (проценты на проценты). Ясно, что это ведет к более быстрому (экспоненциальному) росту наращенной суммы капитала S .

При декурсивном (обычном) начислении сложных процентов процентные платежи рассчитываются в конце каждого периода на сумму, накопленную в предыдущем периоде:

$$S_n = K(1+i)^n.$$

Антисипативный расчет сложных процентов при годовой капитализации: эта схема соответствует процедуре дисконтирования, т.е. проценты начисляются не в конце, а в начале каждого периода, точкой отсчета является наращенная сумма S_n , и расчет ведется справа налево:

Наращенные суммы при учетной ставке d изменяются следующим образом:

$$\begin{aligned} S_{n-1} &= S_n - I_n = S_n(1-d); \\ S_{n-2} &= S_{n-1}(1-d) = S_n(1-d)^2; \\ &\dots\dots\dots; \\ K &= S_1(1-d) = S_n(1-d)^n. \end{aligned}$$

Отношение начального и наращенного капиталов

$$D_n = K/S_n = (1-d)^n$$

называется *коэффициентом дисконтирования*.

Число периодов капитализации в году обозначим через m . Например, при ежемесячной капитализации $m=12$, при квартальной $m=4$, при полугодовой $m=2$. Для каждого периода начисления годовая ставка i или d делится на m , а полное число периодов становится равным $N=nm$. Тогда

$$S_N = K(1+i/m)^{nm} = K(1-d/m)^{-nm}.$$

Коэффициенты наращения и дисконтирования при декурсивном и антисипативном расчетах становятся равными:

$$A_N = (1+i/m)^{nm};$$

$$D_N = (1-d/m)^{nm}.$$

С ростом числа конверсионных периодов m коэффициент наращения увеличивается.

2. Анализ портфеля облигаций

При инвестировании денежных средств в портфель ценных бумаг из акций и облигаций требуется определенная работа – это управление портфелем, проведение постоянного анализа состояния фондового рынка, конъюнктуры рынка, выбор и реализация стратегий (получение дивидендов, накопление капитала или спекулятивные операции и т.д.), анализ и оценка состояния портфеля с позиции получения желаемого дохода, рисков и ликвидности ценных бумаг.

Задачей инвестора, который занимается финансовыми инвестициями, то есть вкладывает свои деньги в ценные бумаги, является поиск оптимального сочетания между доходностью ценных бумаг и риском. Поэтому, как правило, финансовый инвестор не ограничивается покупкой одной ценной бумаги, а формирует портфель из целого набора ценных бумаг.

Одной из наиболее привлекательных ценных бумаг во всем мире считается облигация. Облигация – долговая ценная бумага. Купив облигацию компании-эмитента, инвестор становится ее кредитором. Эмитент обязуется

выплатить держателю облигации по окончании срока ее обращения номинальную стоимость облигации и заранее известный или легко прогнозируемый стабильный доход в виде процентов от номинальной стоимости. В процессе инвестирования в облигации необходимо обращать внимание на ряд ключевых показателей, включая срок погашения, условия досрочного выкупа, кредитное качество, процентные ставки, цену, доходность и налоговый статус. Вместе взятые, эти факторы позволяют инвестору оценить реальную стоимость конкретных долговых обязательств и решить, до какой степени данный вид капиталовложений соответствует его инвестиционным целям.

Цена облигации складывается под влиянием следующих важных факторов:

- времени, оставшегося до погашения этой облигации;
- предполагаемого уровня рыночных процентных ставок, прогноза их изменения.

С приближением срока погашения цена облигаций будет неуклонно стремиться к номиналу, это становится преобладающим фактором в оценке облигаций. При этом влияние остальных факторов, и, прежде всего процентных ставок, становится слабее. Поэтому можно сделать вывод, что чем дольше оставшийся срок до погашения облигации, тем более нестабильна ее цена.

При этом под нестабильностью понимается колебание цен на облигации в результате изменений преобладающего уровня процентных ставок. Причиной этого является то, что если обращаются облигации, до погашения которых осталось немного времени — например, 1 год, то изменение процентных ставок на них влияет в минимальной степени, а при обращении облигаций с большим сроком до погашения, например, 10 лет, изменения

процентных ставок могут происходить неоднократно, купонный доход будет выплачиваться еще 10 лет и цена таких облигация менее стабильна. Поэтому с приближением срока погашения влияние различных факторов на цену становится слабее, при этом купонный доход чаще всего является величиной фиксированной и пересмотру не подлежит.

Одним из основных факторов, влияющих на цену облигации, является процентная ставка. Каждый момент движения процентных ставок отражает не только текущую ситуацию в экономике, но и ожидания инвесторов и банков (кредиторов) относительно будущих тенденций этого движения. Нестабильность цен облигаций отражает нестабильность процентных ставок и ожидания инвесторов.

Таким образом, при анализе облигаций, по которым периодически выплачиваются проценты, следует учитывать следующие важные свойства рыночного обращения облигаций (их часто формулируют в виде теорем):

1. Если рыночный курс облигации увеличивается, то доходность должна падать; и наоборот, если рыночный курс облигации падает, то доходность должна расти.

2. Если доходность облигации не меняется в течение срока ее обращения, то размер дисконта или премии должен уменьшаться с уменьшением срока до погашения.

3. Если доходность облигации не меняется в течение срока ее обращения, то размер дисконта или премии должен уменьшаться тем быстрее, чем быстрее уменьшается срок до погашения.

4. Уменьшение доходности по облигации приведет к росту ее курса, на величину большую, чем соответствующее падение ее курса при увеличении доходности на то же значение (выпуклость зависимости между курсом и доходностью).

5. Относительное изменение цены облигации в результате изменения доходности тем меньше, чем выше купонная ставка.

Сделаем обзор методов, которые используются при анализе портфеля облигаций. Во время анализа на первом этапе оценивают:

полную доходность портфеля облигаций;

показатели изменчивости.

Следующим этапом анализа является исследование структуры портфеля облигаций. Во время этого этапа структура портфеля облигаций оптимизируется по тому или другому критерию (максимальная доходность, минимальный риск, их оптимальное соотношение, другие критерии).

Мы же рассмотрим, как анализируется доходность портфеля облигаций. Как уже отмечалось, показателем доходности портфеля облигаций можно считать годовую ставку сложных процентов, получаемых от облигаций, составляющих портфельные инвестиции.

Чтобы получить значение этой ставки, общую стоимость облигаций по цене приобретения приравняем к сумме современной стоимости всех видов платежей по этим облигациям:

$$\sum S_t * V^t = \sum Q_j P_j ,$$

S_t – платежи в момент t ;

V^i – дисконтный множитель по ставке i .

Q_j – количество облигаций j -го вида;

P_j - цена приобретения облигаций j -го вида;

Определяют обычно значение ставки i с помощью приближенных вычислительных методов.

Кроме того, рассчитывают среднюю ставку помещения (как показатель средней доходности), которую можно приближенно определить из ставок помещения каждого вида облигаций. В качестве весов используют стоимости облигаций по ценам приобретения:

$$I = \frac{\sum i_j * Q_j * P_j}{\sum Q_j * P_j}$$

Иногда используют другую метод расчета средневзвешенной ставки доходности портфеля облигаций (веса – произведение показателей изменчивости на стоимость приобретения облигации):

$$I = \frac{\sum i_j * D_j * Q_j * P_j}{\sum D_j * Q_j * P_j}$$

Для портфеля облигаций, как и для отдельного вида облигаций целесообразно рассчитать показатель изменчивости, который может охарактеризовать влияние изменения рыночной процентной ставки на цену облигаций, составляющих портфель.

Изменчивость портфеля облигаций определяется как средняя величина:

$$D = \frac{\sum D_j * Q_j * P_j}{\sum Q_j * P_j}$$

3. В банк на 1,5 года положена сумма 15 тыс. руб., на которую ежеквартально начисляются сложные проценты по номинальной ставке 8% годовых. Определите доход вкладчика с учетом инфляции, если уровень инфляции составляет 1,5% за полугодие.

Решение.

Определим сначала номинальную сумму, наращенную через полтора года или через 6 кварталов.

Наращенная сумма вклада по формуле сложных процентов:

$$S = P * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m*n}$$

m – число выплат процентов за период.

P – начальная сумма;

n – количество периодов;

i - годовая ставка процента.

Имеем:

$$S = 15000 * \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^{4*1.5} \approx 16892.44 \text{ руб.}$$

Теперь учтем влияние инфляции, оно приводит к тому, что номинальную сумму следует поделить на инфляционный множитель $(1 + \alpha)^n$, α – годовой темп инфляции, у нас равен $1,5*2 = 3,0\%$.

Таким образом реальная сумма с учетом инфляции:

$$16592,44/1,03^{1,5} = 16592,44/1,04533 = 15872,9 \text{ руб.}$$

4. Ссуду 650 тыс. руб. необходимо погасить равными суммами в течении 2 лет. Проценты на долг начисляются по ставке 25% годовых. Определите размеры ежеквартальных уплат (план погашения долга) и общие расходы заемщика по погашению долга, если уплаты осуществляются поквартально.

Решение.

Размер равных выплат по ссуде определяется по формуле:

$$Y = D / a_{n;g}$$

D – сумма ссуды;

$a_{n;g}$ - коэффициент приведения ренты с параметрами n , g .

Он определяется по формуле:

$$a_{n;g} = \frac{1 - (1 + g)^{-n}}{g}$$

У нас (здесь мы переходим к $2*4 = 8$ кварталам и проценту $25/4 = 6,25\%$ за квартал):

$$a_{8;6.25} = \frac{1 - (1 + 0.0625)^{-8}}{0.0625} \approx 6.1488$$

Находим платеж: $Y = 650000 / 6,1488 = 105711,68$ руб.

Общая выплаченная сумма – $105711,68 * 8 = 845693,47$ руб.

Литература.

1. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. - М.: Бизнес, 1992, 1995.
2. Башарин Г.П. Начала финансовой математики. М.:ИНФРА-М, 1997.-160с.
3. Капитоненко В.В. Финансовая математика и ее приложения: Учебно-практ. пособие для вузов. – М.: ПРИОР, 1998.- 144с.
4. Кочович Е. Финансовая математика: Теория и практика финансово-банковских расчетов: Пер. с серб. М.: Финансы и статистика, 1994.-268с.