

Контрольная работа с решением по финансовой математике

Задача №1.

В банк был вложен капитал под 10,75% годовых. На него был начислен процентный платеж в сумме 780 руб. Вычислите капитал, если он был вложен на: а) 1,5 года, б) 6 месяцев, в) 30 дней. Банк использовал точные проценты, год високосный.

Дано: $i = 10,75\%$; $I = 780$ руб.; $n_1 = 1,5$ года; $n_2 = 6$ месяцев; $n_3 = 30$ дней; схема 365/365 год високосный	Решение: Первоначальный капитал определяется по формуле: $P = \frac{I}{in}$, где I – процентный доход; i – процентная ставка; n – срок финансовой операции. а) При $n_1 = 1,5$ года: $P_1 = \frac{780}{0,1075 * 1,5} = 4837,21 \text{ руб.}$ б) При $n_2 = 6$ месяцев: $P_2 = \frac{780}{0,1075 * 6/12} = 14511,63 \text{ руб.}$ в) При $n_3 = 30$ дней: $P_3 = \frac{780}{0,1075 * 30/366} = 88520,93 \text{ руб.}$
Найти: P_1, P_2, P_3	Ответ: $P_1 = 4837,21$ тыс. руб. $P_2 = 14511,63$ тыс. руб. $P_3 = 88520,93$ тыс. руб.

Задача №2.

Некоторым финансовым договором предусмотрена переменная простая квартальная процентная ставка. Первоначальная ставка ежеквартально увеличивается на 1,5%. Определите эту ставку, если индекс роста капитала за 5 кварталов без капитализации процентов составил 1,3.

<p>Дано: $\Delta = 1,5\%$; $m = 5$; $k = 1,3$</p>	<p>Решение: Составим систему уравнений: $\begin{cases} i_{\text{кон}} = i_{\text{нач}} + m\Delta \\ i_{\text{кон}} = ki_{\text{нач}} \end{cases}, \text{ где}$$i_{\text{нач}}$ – первоначальная ставка процента; $i_{\text{кон}}$ – конечная ставка процента. Тогда: $\begin{cases} i_{\text{кон}} = i_{\text{нач}} + 5 * 1,5 \\ i_{\text{кон}} = 1,3i_{\text{нач}} \end{cases}$Отсюда: $\begin{cases} 1,3i_{\text{нач}} = i_{\text{нач}} + 7,5 \\ i_{\text{кон}} = 1,3i_{\text{нач}} \end{cases}$Получим: $0,3i_{\text{нач}} = 7,5 \rightarrow i_{\text{нач}} = 25\%$</p>
<p>Найти: $i_{\text{нач}}$</p>	<p>Ответ: $i_{\text{нач}} = 25\%$</p>

Задача №3.

Банк продает депозитные сертификаты на следующих условиях: сертификат сроком на 3 месяца под 9,75% годовых или на год – под 10,25% годовых. Какие сертификаты выгоднее приобретать с целью получения в конце 2 года наибольшего дохода, если банк начисляет по вкладам простые обыкновенные проценты?

Дано: $n_1 = 3$ месяца; $n_2 = 1$ год; $i_1 = 9,75$; $i_2 = 10,25$ %; $n = 2$ года схема 360/360	Решение: Найдём эффективную процентную ставку для каждого сертификата по формуле: $i_{\text{эф}} = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1, \text{ где}$ m – число раз начислений процентов в год. Тогда: $i_{\text{эф1}} = \left(1 + \frac{0,0975}{4}\right)^4 - 1 = 10,11\%$ $i_{\text{эф2}} = \left(1 + \frac{0,1025}{1}\right)^1 - 1 = 10,25\% = i_{\text{эф.макс.}}$
Найти: $i_{\text{эф.макс.}}$	Ответ: $i_{\text{эф.макс}} = 10,25\%$, поэтому следует приобретать сертификаты сроком на год под 10,25% годовых.

Задача №4.

2 февраля клиент положил в банк 50 тыс. руб. и закрыл счет 8 ноября этого же невисокосного года. Какую сумму банк выплатил клиенту 8 ноября, если в течение всего срока начислялись простые проценты способом 360/360, а процентная ставка менялась следующим образом: 10% годовых в начале года, с 1 мая – 11% годовых и с 12 сентября – 11,75% годовых? Какова была бы выплаченная сумма, если бы банк осуществлял капитализацию процентов?

<p>Дано: $d_1 = 2.02$; $d_2 = 1.05$; $d_3 = 12.09$; $d_4 = 8.11$; $P = 50$ тыс. руб.; $i_1 = 10\%$; $i_2 = 11\%$; $i_3 = 11,75\%$;</p>	<p>Решение: Предположим, что капитализация процентов осуществляется каждый месяц. Со 2 февраля по 1 мая по правилу 360/360 проходит $n_1 = (30 - 2) + 2 \cdot 30 + 1 = 89$ дней. Накопленная сумма без капитализации процентов определяется по формуле: $S_{пр1} = P(1 + i_1 n_1) = 50000 \cdot (1 + 0,1 \cdot 89/360) = 51236$ руб. 11 коп. Накопленная сумма с капитализацией процентов определяется по формуле: $S_{сл1} = P(1 + i_1)^{n_1} = 50000 \cdot (1 + 0,1/12)^{89/360 \cdot 12} = 51246$ руб. 27 коп. Аналогично проведём расчёты за два оставшихся периода: 1.05-12.09 $n_2 = (30 - 1) + 3 \cdot 30 + 12 = 131$ день $S_{пр2} = 51236,11 \cdot (1 + 0,11 \cdot 131/360) = 53286$ руб. 98 коп. $S_{сл2} = 51246,27 \cdot (1 + 0,11/12)^{131/360 \cdot 12} = 53329$ руб. 42 коп. 12.09-8.11 $n_3 = (30 - 12) + 30 + 8 = 56$ дней $S_{пр3} = 53286,98 \cdot (1 + 0,1175 \cdot 56/360) = 54260$ руб. 95 коп. $S_{сл3} = 53329,42 \cdot (1 + 0,1175/12)^{56/360 \cdot 12} = 54308$ руб. 30 коп.</p>
<p>Найти: $S_{пр}, S_{сл}$</p>	<p>Ответ: $S_{пр} = 54260$ руб. 95 коп.; $S_{сл} = 54308$ руб. 30 коп.</p>

Задача №5.

Клиент получил 10 февраля ссуду в банке по ставке 13% годовых (начислялись обыкновенные проценты) и должен возратить весь долг 27 мая того же високосного года. Проценты по ссуде были удержаны в момент ее предоставления. Какова будет доходность такой операции для банка (считать $T = 366$ дн.)?

Дано: $i = 13\%$; $d_{\text{нач}} = 10.02$; $d_{\text{кон}} = 27.05$ схема 365/365	Решение: С 10 февраля по 27 мая по правилу 365/365 проходит $n = (29 - 10) + 31 + 30 + 27 = 107$ дней. Доходность операции для банка составляет: $d = in = \frac{0,13 * 107}{366} = 3,8\%$
Найти: d	Ответ: $d = 3,8\%$