

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

## Контрольная работа с решением Дискретная математика

### Контрольная работа 1

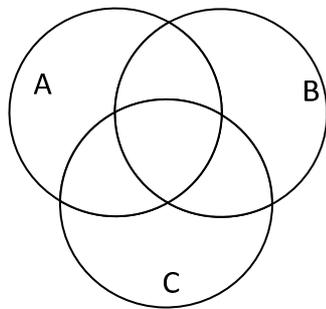
#### Задача 2

Докажите, что для произвольных множеств  $A, B, C$  справедливо равенство

$$(A \cap C) \setminus B = A \cap \overline{B} \cap C$$

**Решение** произведем на кругах Эйлера.

Изобразим множества  $A, B, C$  в виде кругов Эйлера:



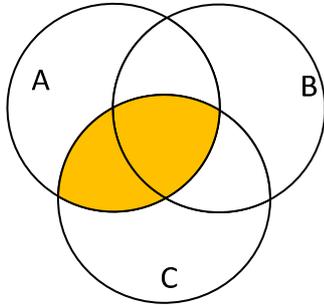
Находим  $(A \cap C) \setminus B$ .

$(A \cap C)$ :

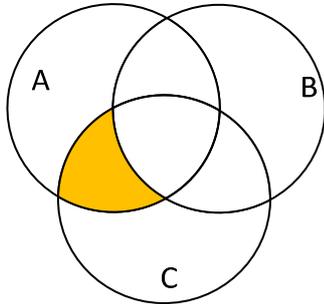
Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)



$(A \cap C) \setminus B$ :



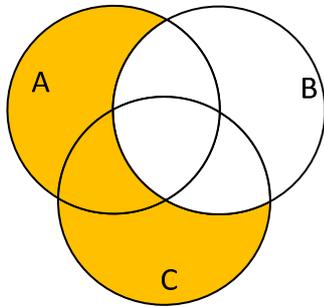
Находим  $A \cap \overline{B} \cap C$ .

$\overline{B}$ :

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

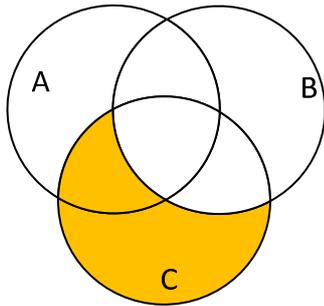


Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

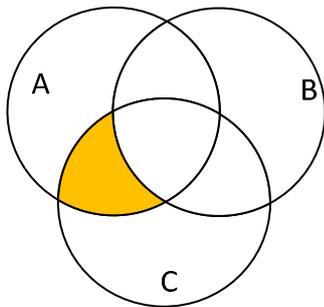
©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

$\overline{B} \cap C$ :



$A \cap \overline{B} \cap C$ :



Как видим множества  $A \cap \overline{B} \cap C$  и  $(A \cap C) \setminus B$  - совпадают.

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

### Задача 3

$A$ ,  $B$  и  $C$  – множества точек на плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  соответственно.

Изобразите в системе координат  $Oxy$  множество  $D$ , полученное из множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$  по формуле  $\delta$ .

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$y - x + 4 \geq 0$	$-4 \leq y \leq 0$	$y^2 + x \leq 1$	$(A \cup B) \setminus C$

**Решение.**

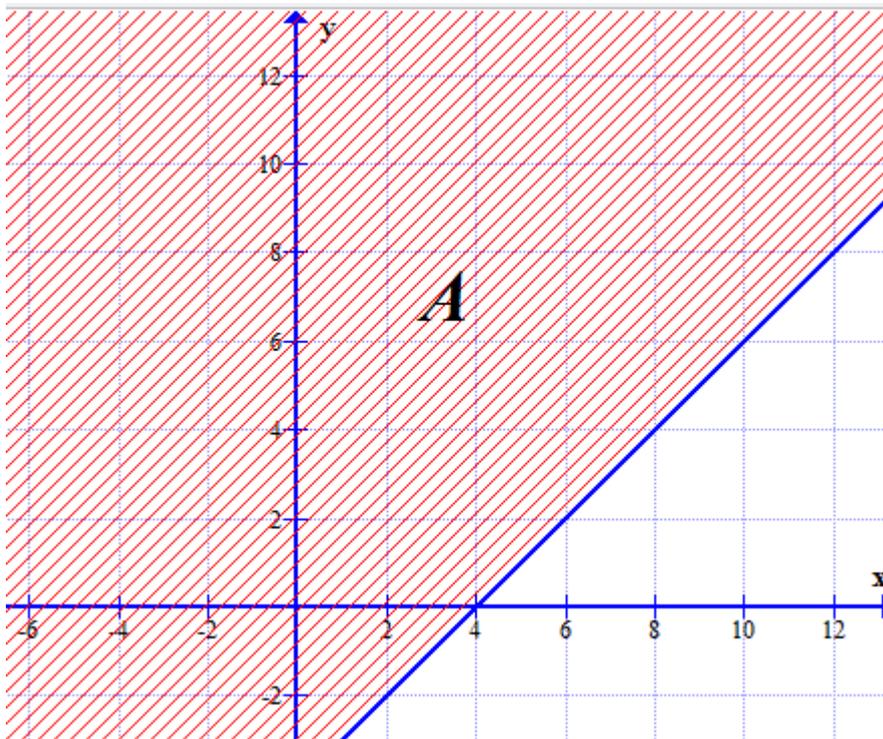
Сначала изобразим множества:

$$A: y \geq x - 4$$

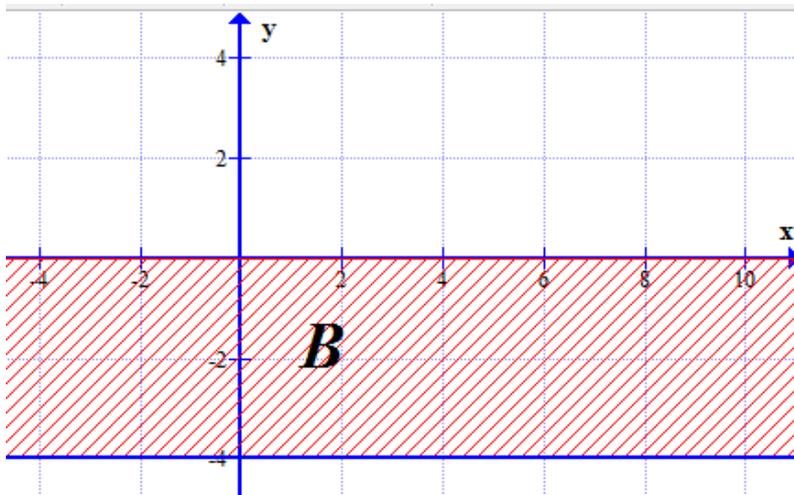
Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

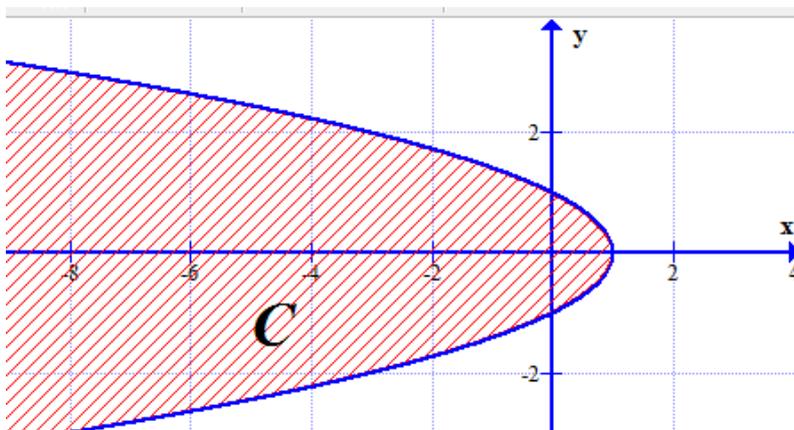
Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)



$B: -4 \leq y \leq 0$



$C: -\sqrt{1-x} \leq y \leq \sqrt{1-x}$



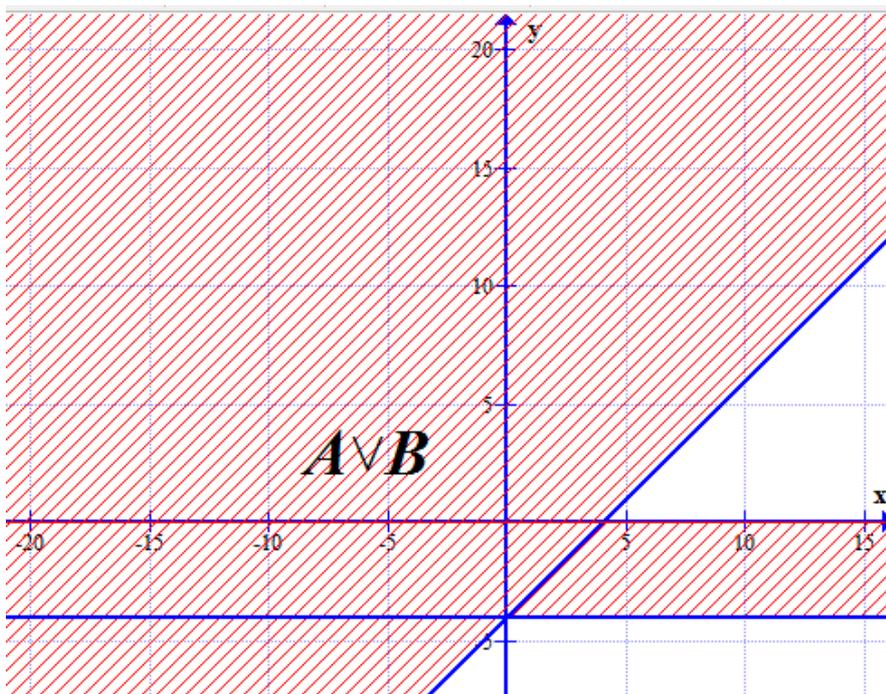
Далее находим:

$(A \cup B)$

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

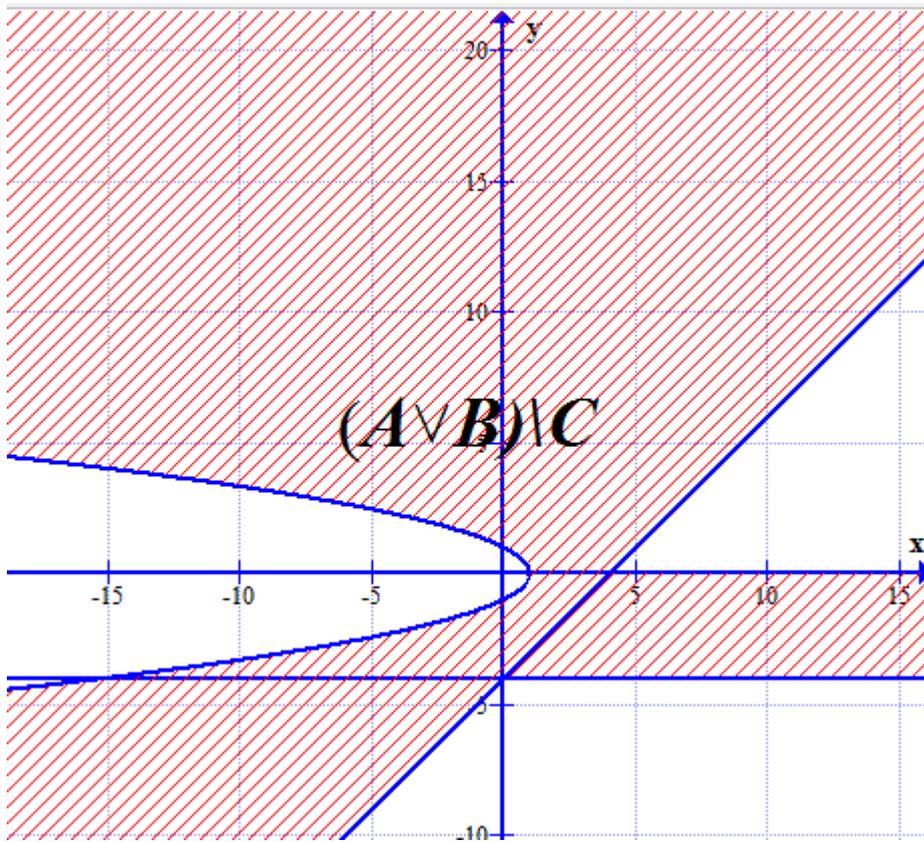


$(A \cup B) \setminus C$

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)



### Задача 5

Без построения таблиц истинности докажите, что следующая формула является тавтологией

$$(x \rightarrow y) \rightarrow ((x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (x \rightarrow z))$$

**Решение.**

$$\begin{aligned} &(\bar{x} \vee y) \rightarrow ((\bar{x} \vee (\bar{y} \vee z)) \rightarrow (\bar{x} \vee z)) = (\bar{x} \vee y) \rightarrow ((\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \rightarrow (\bar{x} \vee z)) = \\ &= \overline{(\bar{x} \vee y)} \vee \overline{((\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \rightarrow (\bar{x} \vee z))} = x\bar{y} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x} \vee z \end{aligned}$$

$$\left[ x\bar{y} \vee \bar{x} = \overline{(\overline{x\bar{y}})} = \overline{((\bar{x} \vee y)x)} = \overline{(\overline{xx} \vee yx)} = \overline{yx} = \bar{x} \vee \bar{y} \right]$$

$$\left[ xy\bar{z} \vee z = \overline{(\overline{xy\bar{z}})} = \overline{((\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)\bar{z})} = \overline{(\overline{xz} \vee \overline{yz} \vee \overline{zz})} = \overline{(\overline{xz} \vee \overline{yz})} = \overline{\overline{\overline{xz} \vee \overline{yz}}} = (x \vee z)(y \vee z) = \\ = xy \vee zy \vee \underline{xz} \vee \underline{z} = xy \vee zy \vee z = xy \vee z \right]$$

$$x\bar{y} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x} \vee z = \bar{x} \vee \bar{y} \vee xy \vee z$$

$$\left[ \bar{x} \vee xy = \overline{(\overline{\bar{x} \vee xy})} = \overline{(x(\bar{x} \vee \bar{y}))} = \overline{(\overline{xx} \vee \overline{yx})} = \overline{yx} = \bar{x} \vee \bar{y} \right]$$

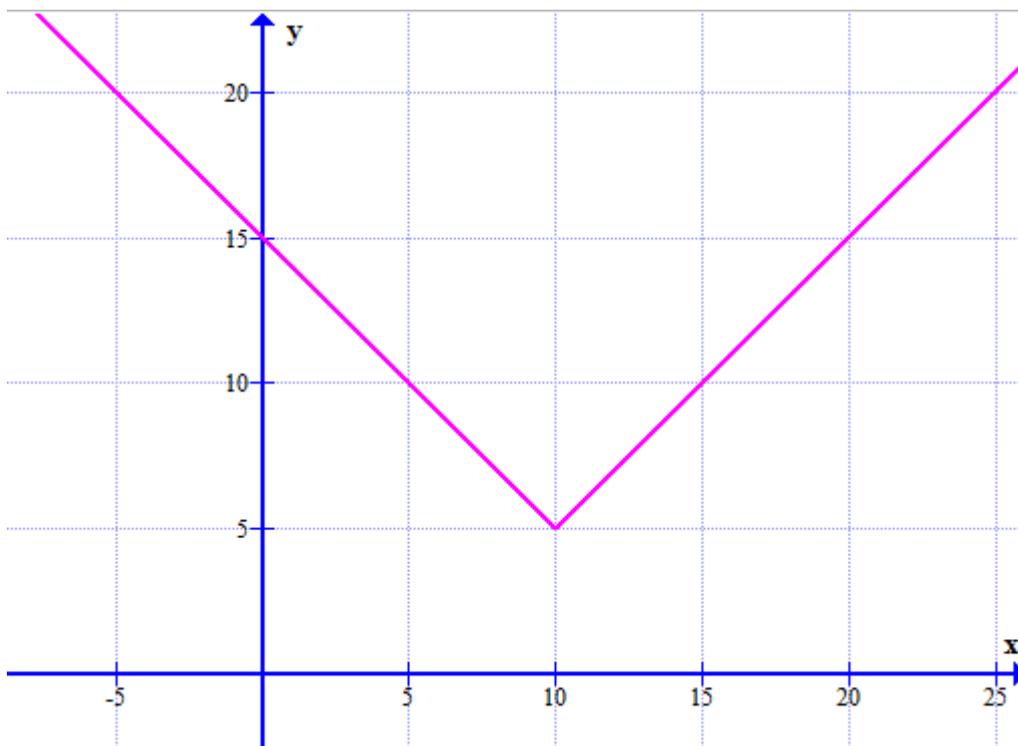
$$\bar{x} \vee \bar{y} \vee xy \vee z = \bar{x} \vee y \vee \bar{y} \vee z = \bar{x} \vee 1 \vee z = 1$$

## Задача 8

Исследовать на инъективность, сюръективность, биективность отображение  $f : R \rightarrow R$ , если  $f(x) = |x - 10| + 5$

**Решение.**

Рассмотрим график функции  $f(x) = |x - 10| + 5$ .



Отображение  $f$  из  $X$  в  $Y$  называется инъективным, если для любых  $x_1, x_2 \in X$  из неравенства  $x_1 \neq x_2$  следует неравенство  $f(x_1) \neq f(x_2)$ .

$$f(5) = 10$$

$$f(15) = 10$$

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

Данное отображение не является инъективным, так как разным  $x$  (5 и 15) получаем одно отображение ( $f = 10$ ).

Отображение  $f$  из  $X$  в  $Y$  называется сюръективным, если множество значений  $f(X)$  совпадает с областью значений  $Y$ .

Множество значений  $f(X) [-\infty; \infty]$  не совпадает с областью значений  $Y [5; \infty]$ , значит отображение не является сюръективным.

Отображение  $f$  из  $X$  в  $Y$  называется биективным, если оно сюръективно и инъективно одновременно.

Данное отображение не является ни сюръективным ни инъективным, значит не является и биективным.

## Задача 9

Укажите, какими свойствами (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, анти симметричность, транзитивность) обладает бинарное отношение  $F$ , заданное на множестве  $A$ , и является ли оно отношением эквивалентности, если:  $A = R, (x, y) \in F \leftrightarrow y = 2x + 3$ .

### Решение.

Отношение  $F$  является не является рефлексивным, так как например для  $x = 2$ :  $2 \neq 2 \cdot 2 + 3$ .

Отношение  $F$  является не является антирефлексивным, так как например для  $x = -3$ :  
 $-3 = 2 \cdot (-3) + 3$ .

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ x = 2y + 3 \end{cases} \rightarrow y = 2(2y + 3) + 3$$
$$y = 4y + 9$$
$$y = x - 3$$

Отношение  $F$  не является ни симметричным ни антисимметричным, так как существует  $x (-3)$ , при

котором:  $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ x = 2y + 3 \end{cases}$ , а также существуют  $x$  (не  $-3$ ), при котором:  $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ x \neq 2y + 3 \end{cases}$ .

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ z = 2y + 3 \end{cases} \rightarrow z = 2(2x + 3) + 3 \rightarrow z = 4x + 9$$

Отношение  $F$  не является транзитивным, так как из  $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ z = 2y + 3 \end{cases}$  не следует  $z = 2x + 3$  (следует  $z = 4x + 9$ ).

Поскольку отношение  $F$  не обладает ни одним из вышеперечисленных свойств (рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, анти симметричность, транзитивность), оно не является отношением эквивалентности.

## Контрольная работа 2

### Задача 1

Построить СДНФ и СКНФ для формулы

$$(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \rightarrow (x + (y \wedge \bar{z}))$$

**Решение.**

Строим таблицу истинности.

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)$	$(y \wedge \bar{z})$	$(x + (y \wedge \bar{z}))$	f
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	1	1

СКНФ:  $(x \vee y \vee z)(x \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})$

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

СДНФ:  $\bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz$

### Задача 3

Найти СКНФ для формулы (методом равносильных преобразований)

$$(x \leftrightarrow y) \vee \bar{z}$$

**Решение.**

$$\begin{aligned}(x \leftrightarrow y) \vee \bar{z} &= xy \vee \bar{x}\bar{y} \vee \bar{z} = \\ &= xy(z \vee \bar{z}) \vee \bar{x}\bar{y}(z \vee \bar{z}) \vee \bar{z}(x \vee \bar{x})(y \vee \bar{y}) = \\ &= xyz \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{z}xy \vee \bar{z}\bar{x}\bar{y} \vee \bar{z}\bar{x}y \vee \bar{z}x\bar{y} = \\ &= xyz \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee \bar{z}xy \vee \bar{z}\bar{x}\bar{y} \vee \bar{z}x\bar{y}\end{aligned}$$

## Задача 6

Найти СкДНФ методом Блейка

$$x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee \overline{x_1x_2x_3x_4} \vee \overline{x_1x_2x_3x_4}$$

**Решение.**

Используем правила преобразования:

$$[1np]: \overline{x}A \vee xB = \overline{x}A \vee xB \vee AB$$

$$[2np]: A \vee AB = A$$

Преобразуем

$$\begin{aligned} & \underline{\underline{x_1x_2}} \vee \underline{\underline{\overline{x_1x_3}}} \vee \overline{x_1x_2x_3x_4} \vee \overline{x_1x_2x_3x_4} = [1np] = x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee \underline{\underline{x_2x_3}} \vee \overline{x_1x_2x_3x_4} \vee \underline{\underline{\overline{x_1x_2x_3x_4}}} = \\ & = [2np] = x_1x_2 \vee \underline{\underline{\overline{x_1x_3}}} \vee x_2x_3 \vee \underline{\underline{\overline{x_1x_2x_3x_4}}} = [1np] = x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee x_2x_3 \vee \underline{\underline{\overline{x_1x_2x_3x_4}}} \vee \underline{\underline{\overline{x_2x_3x_4}}} = \\ & = [2np] = x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee \underline{\underline{x_2x_3}} \vee \underline{\underline{\overline{x_2x_3x_4}}} = [1np] = x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee x_2x_3 \vee \underline{\underline{\overline{x_2x_3x_4}}} \vee \underline{\underline{x_3x_4}} = \\ & = [2np] = x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee \cancel{x_2x_3} \vee x_3x_4 = [1np] = x_1x_2 \vee \overline{x_1x_3} \vee x_3x_4 \end{aligned}$$

## Задача 7

Найти СкДНФ методом Нельсона

$$(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4)$$

**Решение.**

Используем правило преобразования:

$$A \vee AB = A$$

Преобразуем

$$\begin{aligned} & (x_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4) = \\ & = (\cancel{x_1} \vee x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee \cancel{x_2} \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4) = \\ & = (\underline{x_1} \vee \underline{x_1 x_2} \vee \underline{x_1 \bar{x}_2} \vee \underline{x_1 \bar{x}_3} \vee x_2 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4) = \\ & = (x_1 \vee x_2 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4) = \\ & = \cancel{x_1} \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee \cancel{x_2} \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 = \\ & = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \end{aligned}$$

## Задача 8

Является ли следующая система полной?

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x, y, z) = (x \wedge y \vee \bar{x} \wedge \bar{z}) + x \\ f_2(x, y, z) = (11011000) \end{array} \right\}$$

Проверить принадлежность функции каждому из классов и полностью построить полином Жегалкина.

**Решение.**

Строим таблицу истинности.

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{z}$	$x \wedge y \vee \bar{x} \wedge \bar{z}$	$f_1$	$f_2$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	1	0

Для проверки, принадлежит ли функция классу  $T_0$ , найдем значение функции от нулевых аргументов.

Функция  $f_1(x, y, z): f_1(0, 0, 0) = 1$ , т.е. функция не сохраняет 0.

Функция  $f_2(x, y, z): f_2(0, 0, 0) = 1$ , т.е. функция не сохраняет 0.

Для проверки, принадлежит ли функция классу  $T_1$ , найдем значение функции от единичных аргументов.

Функция  $f_1(x, y, z): f_1(1, 1, 1) = 1$ , т.е. функция сохраняет 1.

Функция  $f_2(x, y, z): f_2(1, 1, 1) = 0$ , т.е. функция не сохраняет 1.

S – самодвойственность.

$$f_1(x, y, z) = f_1(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \rightarrow f_1(0, 0, 1) \neq f_1(1, 1, 0)$$

$$f_2(x, y, z) = f_2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \rightarrow f_2(0, 0, 1) \neq f_2(1, 1, 0)$$

M – монотонность.

$f_1(x, y, z)$  - не монотонна (значения то возрастают то убывают)

$f_2(x, y, z)$  - не монотонна (значения то возрастают то убывают)

L – линейность.

$f_1(x, y, z) = 1 \oplus z \oplus xz$  - не линейна

Для второй функции найдем СДНФ по таблице истинности и затем найдем полином Жегалкина

$$f_2(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z} = \bar{x}z \vee \bar{y}z = 1 \oplus y \oplus yz \oplus xz$$

$f_2(x, y, z) = x \oplus y \oplus xz \oplus xy$  - не линейна

	$T_0$	$T_1$	S	M	L
$f_1(x, y) = x \sim (y \rightarrow x)$	-	+	-	-	-

Контрольная работа по дискретной математике. Выполнена на [www.MatBuro.ru](http://www.MatBuro.ru)

©МатБюро – Решение заданий математики, экономики, программирования

Сделаем ваши задания на отлично. [https://www.matburo.ru/sub\\_subject.php?p=dm](https://www.matburo.ru/sub_subject.php?p=dm)

$f_2(x, y, z) = (x + y) \downarrow (x   z)$	-	-	-	-	-
---	---	---	---	---	---

Поскольку в каждом столбце есть минус, система полная.