

## Отклонение частоты от постоянной вероятности

### Задача с решением

**Задача.** Из 215 подростков, состоящих на учете в детской комнате милиции одного из районов города, 120 человек из неблагополучных семей. Оценить вероятность того, что каждый ребенок из такой семьи состоит на учете в милиции. Построить приближенные доверительные границы для этой вероятности с уровнем доверия 0.999, используя интегральную теорему Лапласа.

Как изменится доверительный интервал, если при тех же значениях частоты число наблюдений возрастет в 20 раз?

**Решение.** По статистическому определению вероятности можно оценить вероятность того, что каждый ребенок из такой семьи состоит на учете в милиции, как

$$p = \frac{120}{215} = \frac{24}{43} = 0,558.$$

Используя интегральную теорему Лапласа построим приближенные доверительные границы для этой вероятности при  $P = 0,999$ .

Используем формулу:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{n}{pq}}\right), \text{ где } p = 0,558, q = 1 - p = 0,442, \varepsilon = ? \text{ (отклонение), } n = 215$$

- количество испытаний,  $P = 0,999$  - вероятность.  $\Phi$  - нормированная функция Лапласа (значения берем из таблицы).

Подставляем все:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - 0,558\right| \leq \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{215}{0,558 \cdot 0,442}}\right) = 0,999,$$

$$\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{215}{0,558 \cdot 0,442}}\right) = 0,4995,$$

$$13,05\varepsilon = 3,3,$$

$$\varepsilon \approx 0,253.$$

Получаем границы для вероятности от  $0,558 - 0,253 = 0,305$  до  $0,558 + 0,253 = 0,811$ .

Найдем, как изменится доверительный интервал, если при тех же значениях частоты число наблюдений возрастет в 20 раз:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - 0,558\right| \leq \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{215 \cdot 20}{0,558 \cdot 0,442}}\right) = 0,999,$$

$$\Phi\left(\varepsilon \sqrt{\frac{215 \cdot 20}{0,558 \cdot 0,442}}\right) = 0,4995,$$

$$58,362\varepsilon = 3,3,$$

$$\varepsilon \approx 0,057.$$

Получаем границы для вероятности от  $0,558 - 0,057 = 0,501$  до  $0,558 + 0,057 = 0,615$ .

**Ответ:** от 0,305 до 0,811 или от 0,501 до 0,615.