

Равномерное распределение: задача с решением

Задача. Случайная величина X равномерно распределена в интервале $(1;8)$.

Найти:

- а) дифференциальную функцию,
- б) интегральную функцию,
- в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение,
- г) вероятность попадания в интервал $(3;5)$.

Решение. Так как случайная величина X распределена по равномерному закону с параметрами $a=1$, $b=8$, то ее плотность распределения (дифференциальная функция распределения) имеет вид ($\frac{1}{b-a} = \frac{1}{8-1} = \frac{1}{7}$):

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{1}{7}, & 1 < x \leq 8, \\ 0, & x > 8. \end{cases}$$

Интегральная функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x-1}{7}, & 1 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

Математическое ожидание равно $MX = \frac{a+b}{2} = \frac{1+8}{2} = 4,5$.

Дисперсия равна $DX = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{49}{12} \approx 4,083$.

Среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{DX} = \sqrt{\frac{49}{12}} = \frac{7}{2\sqrt{3}} \approx 2,021$.

Найдем вероятность попадания этой величины в промежуток $(3,5)$:

$$P(3 < X < 5) = F(5) - F(3) = \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \approx 0,286.$$