

Равномерный закон распределения: задача с решением

Задача. Цена деления шкалы измерительного прибора равна 0,2. Показания прибора округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка: а) меньшая 0,04; б) большая 0,05.

Решение. Введем случайную величину X - ошибку округления, которая распределена равномерно в интервале между двумя соседними целыми делениями. Так как в задаче цена деления равна 0,2, плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{0,2}, & 0 < x \leq 0,2, \\ 0, & x > 0,2. \end{cases} = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 5, & 0 < x \leq 0,2, \\ 0, & x > 0,2. \end{cases}$$

А) Найдем вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка меньшая 0,04, то есть X попадет в интервал $(0; 0,04)$ или $(0,16; 0,2)$, вероятность этого:

$$\begin{aligned} P(0 < X < 0,04) + P(0,16 < X < 0,2) &= \int_0^{0,04} 5dx + \int_{0,16}^{0,2} 5dx = 5x \Big|_0^{0,04} + 5x \Big|_{0,16}^{0,2} = \\ &= 5 \cdot 0,04 + 5 \cdot (0,2 - 0,16) = 5 \cdot 0,08 = 0,4. \end{aligned}$$

Б) Найдем вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка большая 0,05, то есть X попадет в интервал $(0,05; 0,15)$, вероятность этого:

$$P(0,05 < X < 0,15) = \int_{0,05}^{0,15} 5dx = 5x \Big|_{0,05}^{0,15} = 5 \cdot (0,15 - 0,05) = 5 \cdot 0,1 = 0,5.$$

Ответ: а) 0,4, б) 0,5.