Теорема Чебышева. Пример решения задачи

Задача. Дисперсия каждой из 2500 независимых СВ не превышает 5. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превысит 0,4.

Решение. Используем неравенство из теоремы Чебышева:

$$P\left(\left|\frac{X_1+X_2+\ldots+X_n}{n}-\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}\right|\le\varepsilon\right)\ge 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2}\ .$$

Так как по условию известно, что $D(X_i)\le 5=C$, $X=\frac{1}{n}\sum X_i$, $i=\overline{1,n}$, неравенство примет вид:

$$P\left(\left|\frac{X_1+X_2+\ldots+X_n}{n}-\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}\right|\le\varepsilon\right)\ge 1-\frac{C}{n\varepsilon^2}$$

Подставляем остальные величины: $n=2500$, $\varepsilon=0,4$.

$$P\left(\left|\frac{X_1+X_2+\ldots+X_{2500}}{2500}-\frac{a_1+a_2+\ldots+a_{2500}}{2500}\right|\le 0,4\right)\ge 1-\frac{5}{2500\cdot 0,4^2}=0,9875.$$

Ответ: не менее 0,9875.