

Интегральная формула Муавра-Лапласа

Пример решения задачи

Задача. Страховая компания заключила 40000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому из них в течение года составляет 2%. Найти вероятность, что таких случаев будет не более 870.

Решение. Имеем схему Бернулли с параметрами $n = 40000$ (количество договоров), $p = 2\% = 0,02$ (вероятность страхового случая), $q = 1 - p = 0,98$.

Так как $n = 40000$ достаточно велико, используем приближенную формулу – интегральную теорему Лапласа:

$$P_n(m_1, m_2) \approx \Phi\left(\frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}\right), \text{ где } m_1 = 0, m_2 = 870, \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz -$$

функция Лапласа (значения берутся из таблиц).

Подставляем и находим вероятность, что страховых случаев будет не более 870:

$$\begin{aligned} P_{40000}(0, 870) &\approx \Phi\left(\frac{870 - 40000 \cdot 0,02}{\sqrt{40000 \cdot 0,02 \cdot 0,98}}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 40000 \cdot 0,02}{\sqrt{40000 \cdot 0,02 \cdot 0,98}}\right) = \\ &= \Phi(2,5) - \Phi(-28,57) = \Phi(2,5) + \Phi(28,57) = 0,4938 + 0,5 = 0,9938. \end{aligned}$$

Ответ: 0,9938.