

Тема: Дискретная случайная величина (Кремер, №3.29)

ЗАДАНИЕ. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено четыре варианта ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти $M(X)$, $D(X)$.

РЕШЕНИЕ.

Пусть X - дискретная случайная величина, равная числу правильных ответов. Она распределена по биномиальному закону с параметрами $n=3$ (число вопросов), $p = \frac{1}{4}$

(вероятность угадать ответ), поэтому вероятности вычисляются по формуле Бернулли:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot p^k = C_3^k \cdot (3/4)^{3-k} \cdot (1/4)^k .$$

Получаем:

$$P(X = 3) = C_3^3 \cdot (3/4)^0 \cdot (1/4)^3 = \frac{1}{64} ,$$

$$P(X = 2) = C_3^2 \cdot (3/4)^1 \cdot (1/4)^2 = \frac{9}{64} ,$$

$$P(X = 1) = C_3^1 \cdot (3/4)^2 \cdot (1/4)^1 = \frac{27}{64} ,$$

$$P(X = 0) = C_3^0 \cdot (3/4)^3 \cdot (1/4)^0 = \frac{27}{64} .$$

Получили закон распределения:

x_i	0	1	2	3
p_i	27/64	27/64	9/64	1/64

Найдем числовые характеристики по формулам для биномиального распределения:

$$M(X) = np = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75 ,$$

$$D(X) = np(1-p) = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} = 0,5625 .$$