Дискретная случайная величина

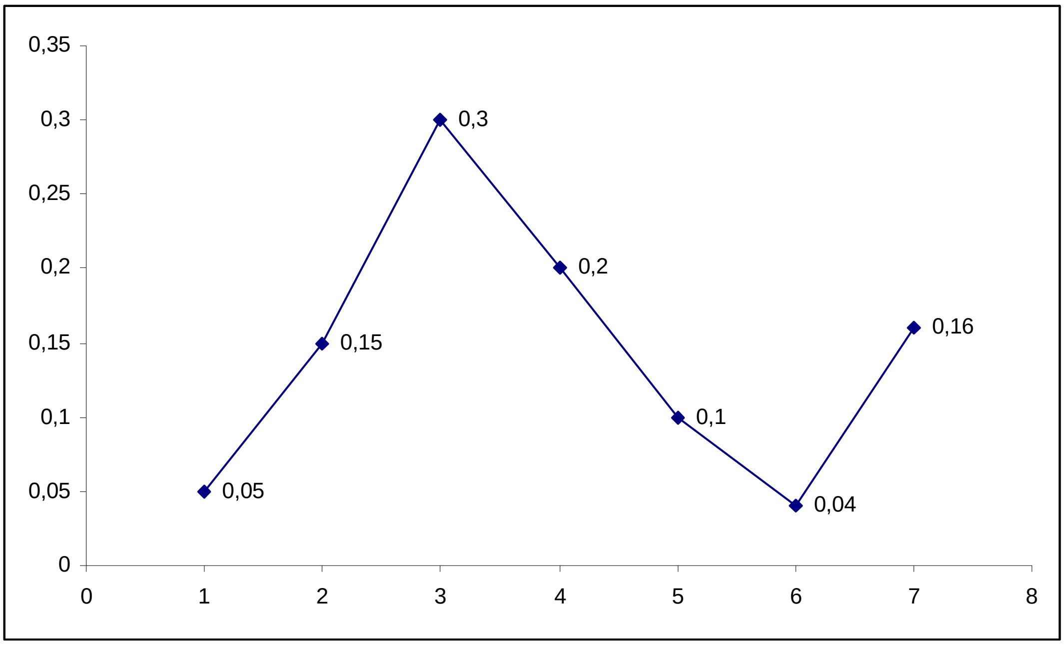
Пример решения на полное исследование

Задача. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
p_i	0,05	0,15	0,3	0,2	0,1	0,04	0,16

Построить многоугольник распределения и $F(x)$. Вычислить: $M[X], D[X], \sigma[X]$, $V[X]$, Mo, Me, S_k, E_x.

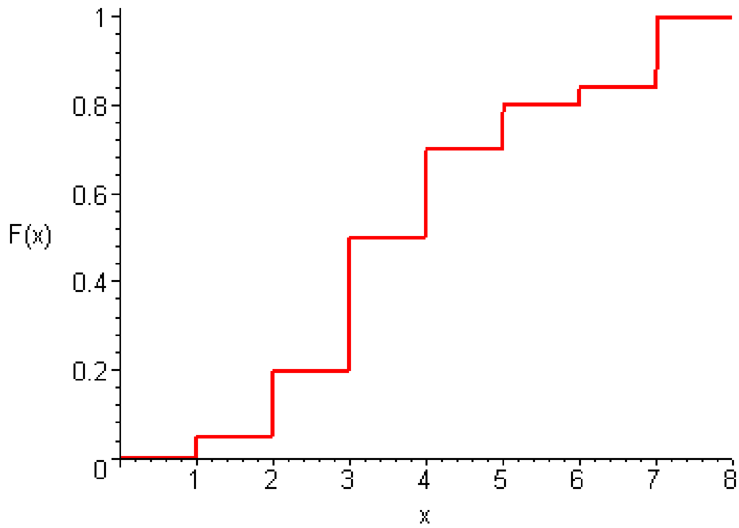
Решение.
Строим многоугольник распределения



Строим функцию распределения $F(x) = P(X < x)$. Сначала составим таблицу:

x от	x до	$F(x)$
$-\infty$	1	0
1	2	0,05
2	3	0,2
3	4	0,5
4	5	0,7
5	6	0,8
6	7	0,84
7	$+\infty$	1

Строим график:



Вычислим $M[X], D[X], \sigma[X], V[X], Mo, Me, S_k, E_x$.

Математическое ожидание $M[X]=\sum x_i p_i = 3{,}91$.

Дисперсия $D[X]=\sum (x_i)^2 p_i - (M[X])^2 = 18{,}33 - 3{,}91^3 = 3{,}042$

Среднее квадратическое отклонение $\sigma[X]=\sqrt{D[X]}=\sqrt{3{,}042}\approx 1{,}744$.

Коэффициент вариации $V[X]=\dfrac{\sigma[X]}{M[X]}=\dfrac{1{,}744}{3{,}91}\approx 0{,}4461$ *èëè* $44{,}61\%$.

Мода: $Mo = 3$.
Медиана: $Me = 4$.

Моменты:

$$\mu_3 = M\left[X - M[X]\right]^3 = \sum (x_i - M[X])^3 p_i \approx 2{,}712,$$

$$\mu_4 = M\left[X - M[X]\right]^4 = \sum (x_i - M[X])^4 p_i \approx 21{,}278.$$

Коэффициент асимметрии: $S_k = \dfrac{\mu_3[X]}{(\sigma[X])^3} = \dfrac{2{,}712}{1{,}744^3} \approx 0{,}511.$

Коэффициент эксцесса: $E_x = \dfrac{\mu_4[X]}{(\sigma[X])^4} - 3 = \dfrac{21{,}278}{1{,}744^4} - 3 \approx -0{,}7.$

Расчеты в таблице

x_i	1	2	3	4	5	6	7	**Сумма**
p_i	0,05	0,15	0,3	0,2	0,1	0,04	0,16	**1**
$x_i p_i$	0,05	0,3	0,9	0,8	0,5	0,24	1,12	**3,91**

$x_i^2 p_i$	0,05	0,6	2,7	3,2	2,5	1,44	7,84	**18,33**
$\left(x_i - M\left[X\right]\right)^3 p_i$	-1,2321	-1,0452	-0,2261	0,0001	0,1295	0,3652	4,7206	**2,712**
$\left(x_i - M\left[X\right]\right)^4 p_i$	3,5854	1,9963	0,2057	1E-05	0,1412	0,7632	14,587	**21,278**