Гипергеометрическое распределение случайной величины

Решение задачи

Задание. В партии из 11 изделий 5 имеют скрытые дефекты. Наугад выбраны 4 изделия. Пусть X - число бракованных изделий среди выбранных. Напишите закон распределения для случайной величины X и вычислите ее математическое ожидание.

Решение. Пусть X - дискретная случайная величина, равная количеству бракованных изделий среди выбранных 4. Она может принимать целые значения от 0 до 4. Вероятности этих значений можно найти по формуле гипергеометрической вероятности:

$$P(X=k)=\frac{C_5^k\cdot C_6^{4-k}}{C_{11}^4},\ k=0,1,2,3,4.$$

Вычисляем вероятности по этой формуле

$$P(X=0)=\frac{C_5^0\cdot C_6^4}{C_{11}^4}=\frac{1}{22},$$

$$P(X=1)=\frac{C_5^1\cdot C_6^3}{C_{11}^4}=\frac{10}{33},$$

$$P(X=2)=\frac{C_5^2\cdot C_6^2}{C_{11}^4}=\frac{5}{11},$$

$$P(X=3)=\frac{C_5^3\cdot C_6^1}{C_{11}^4}=\frac{2}{11},$$

$$P(X=4)=\frac{C_5^4\cdot C_6^0}{C_{11}^4}=\frac{1}{66}.$$

Занесем в таблицу, получим закон распределения:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	1/22	10/33	5/11	2/11	1/66

Сумма вероятностей равна 1, расчеты верные.

Математическое ожидание

$$M(X)=\sum x_i p_i=0\cdot\frac{1}{22}+1\cdot\frac{10}{33}+2\cdot\frac{5}{11}+3\cdot\frac{2}{11}+4\cdot\frac{1}{66}=\frac{20}{11}.$$