Биномиальный закон для дискретной случайной величины

Решение типовой задачи

Задание. Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью 0,6. Построить ряд распределения и функцию распределения случайной величины X числа появления события A в трех опытах. Найти числовые характеристики этой случайной величины X.

Решение. Введем дискретную случайную величину X = (Число появлений события A при трех опытах). Так как испытания независимы, можно сделать вывод, что величина X распределена по биномиальному закону с параметрами: $n=3,\ p=0,6,\ q=1-p=0,4$ (здесь p - вероятность появления события A в одном опыте).

X может принимать значения {0, 1, 2, 3}, причем соответствующие вероятности будем считать по формуле Бернулли: $P(X=k)=P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}=C_3^k\cdot 0,6^k\cdot 0,4^{3-k}$.

Получаем:

$P(X=0)=C_3^0\cdot 0,6^0\cdot 0,4^{3-0}=0,4^3=0,064$,

$P(X=1)=C_3^1\cdot 0,6^1\cdot 0,4^{3-1}=3\cdot 0,6\cdot 0,4^2=0,288$,

$P(X=2)=C_3^2\cdot 0,6^2\cdot 0,4^{3-2}=3\cdot 0,6^2\cdot 0,4=0,432$,

$P(X=3)=C_3^3\cdot 0,6^3\cdot 0,4^{3-3}=0,6^3=0,216$,

Получаем закон распределения:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,064	0,288	0,432	0,216

Определим математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение этой случайной величины по формулам для биномиального распределения:

$MX=np=3\cdot 0,6=1,8$ (среднее число появлений события),

$DX = npq = 3 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,72$,

$\sigma X = \sqrt{DX} \approx 0,849$.