Биномиально распределенная случайная величина

Пример решения

Задание. По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины X - числа мальчиков в семье с 4 детьми. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Решение. X - дискретная случайная величина, равная числу мальчиков в семье из 4 человек. Она может принимать значения 0, 1, 2, 3 или 4. Она распределена по биномиальному закону с параметрами $n=4$, $p=0,515$, $q=0,485$.

Найдем соответствующие вероятности по формуле Бернулли:

$P(X=k)=P_n(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$. Получаем:

$P(X=0)=C_4^0\cdot 0,515^0\cdot 0,485^4\approx 0,0553$

$P(X=1)=C_4^1\cdot 0,515^1\cdot 0,485^3\approx 0,235$

$P(X=2)=C_4^2\cdot 0,515^2\cdot 0,485^2\approx 0,3743$

$P(X=3)=C_4^3\cdot 0,515^3\cdot 0,485^1\approx 0,265$

$P(X=4)=C_4^4\cdot 0,515^4\cdot 0,485^0=0,0703$

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,0553	0,235	0,3743	0,265	0,0703

Так как X распределено по биномиальному закону, воспользуемся соответствующими формулами для вычисления характеристик случайной величины X.

Математическое ожидание $M[X]=n\cdot p=4\cdot 0,515=2,06$.

Дисперсия $D[X]=n\cdot p\cdot(1-p)=4\cdot 0,515\cdot 0,485=0,9991$.