

Решение задачи: биномиальное распределение случайной величины

Задание. Наблюдение за районом осуществляется тремя радиолокационными станциями (РЛС). В район наблюдений попал объект, который обнаруживается любой радиолокационной станцией с вероятностью 0,2.

Построить ряд распределения, найти функцию распределения, математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение числа РЛС, обнаруживших объект.

Найти вероятность того, что их будет не менее двух.

Решение. Пусть X = (Число РЛС, обнаруживших объект). Она распределена по биномиальному закону распределения с вероятностью $p = 0,2$ (вероятность, что РЛС обнаружила объект), $n = 3$ (число РЛС) и $q = 1 - p = 0,8$. X может принимать значения 0, 1, 2 и 3.

Найдем соответствующие вероятности по формуле Бернулли:

$P(X = k) = P_n(k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$. Получаем:

$$P(X = 0) = C_3^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^3 = 0,512$$

$$P(X = 1) = C_3^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^2 = 0,384$$

$$P(X = 2) = C_3^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^1 = 0,096$$

$$P(X = 3) = C_3^3 \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^0 = 0,008$$

Таким образом, ряд распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,512	0,384	0,096	0,008

Найдем функцию распределения $F(x) = P(X < x)$, то есть

при $x \leq 0$, $F(x) = 0$,

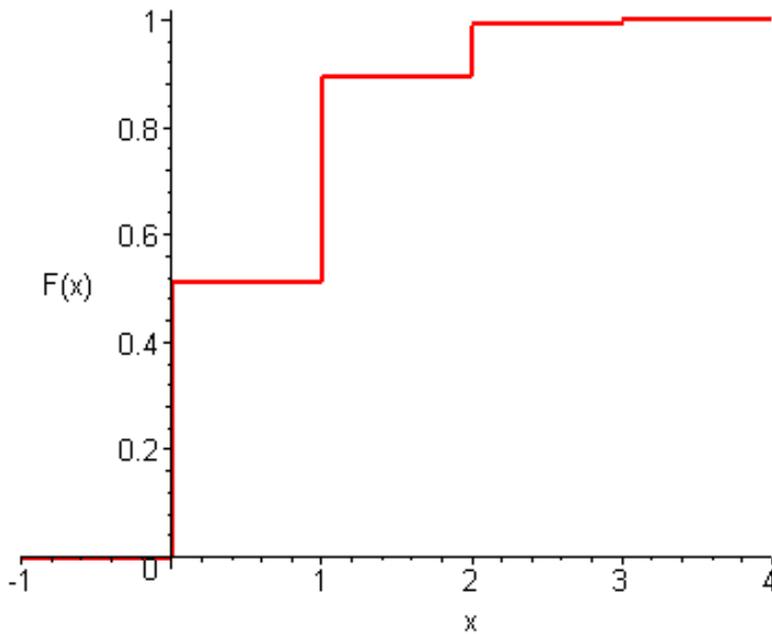
при $0 < x \leq 1$, $F(x) = 0 + 0,512 = 0,512$,

при $1 < x \leq 2$, $F(x) = 0,512 + 0,384 = 0,896$,

при $2 < x \leq 3$, $F(x) = 0,896 + 0,096 = 0,992$,

при $x > 3$, $F(x) = 0,992 + 0,008 = 1$.

Построим функцию распределения (графический вид):



Найдем числовые характеристики по формулам для биномиального распределения.

Математическое ожидание случайной величины $M(X) = np = 3 \cdot 0,2 = 0,6$

Дисперсия случайной величины $D(X) = np(1-p) = 3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,48$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины $\sigma = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,48} \approx 0,693$

Найти вероятность того, что X будет не менее двух:

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0,096 + 0,008 = 0,104$$