

Тема: Дискретная случайная величина. Закон распределения, числовые характеристики

ЗАДАНИЕ. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

РЕШЕНИЕ. Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки, она может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4.

Случайная величина X принимает значение равное 0, если автомобиль попал на запрещающий сигнал на первом же светофоре, вероятность этого $P(X = 0) = 0,5$.

Случайная величина X принимает значение равное 1, если автомобиль проехал на первом светофоре и попал на запрещающий сигнал на втором светофоре, вероятность этого $P(X = 1) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$.

Случайная величина X принимает значение равное 2, если автомобиль проехал на первом и втором светофоре и попал на запрещающий сигнал на третьем светофоре, вероятность этого $P(X = 2) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$.

Случайная величина X принимает значение равное 3, если автомобиль проехал на первом, втором и третьем светофоре и попал на запрещающий сигнал на четвертом светофоре, вероятность этого $P(X = 3) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,5^4 = 0,0625$.

Случайная величина X принимает значение равное 4 если автомобиль проехал на всех 4 светофорах, вероятность этого $P(X = 4) = 0,5^4 = 0,0625$.

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

| | | | | | |
|-------|-----|------|-------|--------|--------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| p_i | 0,5 | 0,25 | 0,125 | 0,0625 | 0,0625 |

Расчеты произведены правильно, так как сумма $\sum p_i = 1$.

Математическое ожидание:

$$M(X) = \sum x_i p_i = 0 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0,125 + 3 \cdot 0,0625 + 4 \cdot 0,0625 = 0,9375.$$

Дисперсия:

$$D(X) = \sum (x_i)^2 p_i - (M(X))^2 = \\ = 0^2 \cdot 0,5 + 1^2 \cdot 0,25 + 2^2 \cdot 0,125 + 3^2 \cdot 0,0625 + 4^2 \cdot 0,0625 - 0,9375^2 \approx 1,434.$$