

Пример решения задачи

Коэффициент корреляции для двумерной случайной величины

Задача. X, Y - индикаторы событий A, B , означающий положительные ответы соответственно на вопросы α, β социологической анкеты. По данным социологического опроса двумерная случайная величина (X, Y) имеет следующую таблицу распределения.

$X \setminus Y$	0	1
0	p_{11}	p_{12}
1	p_{21}	p_{22}

Положительному ответу присвоен ранг 1, отрицательному – 0.

$$p_{11} = 0,8, p_{12} = 0,05, p_{21} = 0,1, p_{22} = 0,05.$$

Найти коэффициент корреляции ρ_{XY} .

Решение.

Получили таблицу распределения:

$X \setminus Y$	0	1
0	0,8	0,05
1	0,1	0,05

Найдем индивидуальные законы распределения X и Y , складывая вероятности по столбцам и строкам, получаем:

x_i	0	1	Сумма
p_i	0,85	0,15	1

y_i	0	1	Сумма
p_i	0,9	0,1	1

Найдем математические ожидания, дисперсии и средние квадратические отклонения случайных величин X и Y .

$$M(X) = \sum x_i \cdot p_i = 0,15$$

$$D(X) = \sum x_i^2 \cdot p_i - (M(X))^2 = 0,15 - 0,15^2 = 0,1275.$$

$$M(Y) = \sum y_i \cdot p_i = 0,1$$

$$D(Y) = \sum y_i^2 \cdot p_i - (M(Y))^2 = 0,1 - 0,1^2 = 0,09$$

Вычислим $M(XY) = \sum x_i y_j p_{ij} = 0,05$.

Тогда корреляционный момент $\mu_{XY} = M(XY) - M(X)M(Y) = 0,05 - 0,15 \cdot 0,1 = 0,035$

Коэффициент корреляции: $\rho_{XY} = \frac{\mu_{XY}}{\sqrt{D(X)D(Y)}} = \frac{0,035}{\sqrt{0,1275 \cdot 0,09}} \approx 0,327$.