Метод моментов для нормального распределения

ЗАДАНИЕ.

Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, ..., x_n$ точечные оценки неизвестных параметров a и σ нормального распределения, плотность которого

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-a)^2/(2\sigma)^2}.$$

РЕШЕНИЕ.

Для отыскания двух неизвестных параметров необходимо иметь два уравнения: приравняем начальный теоретический момент первого порядка и центральный теоретический момент второго порядка соответствующим эмпирическим моментам:

$v_1 = M_1,\ \mu_2 = m_2$.

Учитывая, что $v_1 = M(X)$, $M_1 = \overline{x_B}$, $\mu_2 = D(X)$, $m_2 = D_B$, имеем:

$$\begin{cases} M(X)=\overline{x_B}, \\ D(X)=D_B. \end{cases}$$

Математическое ожидание и дисперсия нормального распределения известны, откуда получаем:

$$\begin{cases} M(X)=a=\overline{x_B}, \\ D(X)=\sigma^2=D_B. \end{cases}$$

Поэтому находим оценки параметров:

$$a^* = \overline{x}_B = \frac{1}{n}\sum x_i n_i.$$

$$\sigma^* = \sqrt{D_B} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - \overline{x}_B)^2 n_i}\ .$$