Решенная задача на тему: конечный детерминированный автомат

ЗАДАНИЕ.

Построить конечный детерминированный автомат (определить множества S, X, Y, построить таблицу и диаграмму Мура), построить каноническую таблицу, канонические уравнения. Нарисовать схему устройства, используя логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ».

Во всех задачах $x(t), y(t) \in B,\ B = \{0,1\}, t = 1, 2, 3, \ldots$

$y(t) = x(t) \oplus \overline{x(t-1)},\ t \geq 2, y(1) = 0$.

РЕШЕНИЕ.

Входной и выходной алфавиты в задании $X = Y = B = \{0,1\}$. Опишем состояния. Поскольку выходное значение $y(t)$ зависит как от текущего входного значения $x(t)$, так и от входного значения на предыдущий момент времени $x(t-1)$, то вводим состояния:
S_1 - на предыдущем шаге поступил 0,
S_2 - на предыдущем шаге поступила 1.

Заполняем таблицу входов и выходов автомата с формулой $y(t) = x(t) \oplus \overline{x(t-1)}$. В нижние треугольники записываем значения $y(t) = x(t) \oplus \overline{x(t-1)}$, где $x(t)$ берем из верхней строки, а $x(t-1)$ определяем из первого столбца (состояние S_1 или S_2).

В верхние треугольники занесем функцию переходов $\delta(s(t), x(t)) = s(t+1)$. В качестве $s(t+1)$ выбираем S_1 или S_2, ориентируясь на значения $x(t)$ в верхней строке.
В верхней левой клетке $s(t+1) = S_1$, так как $x(t) = 0$. В правой верхней клетке $s(t+1) = S_2$, так как $x(t) = 1$ и т.д.

Заполняем клетки:
$y(0,0) = 0 \oplus \overline{0} = 0 \oplus 1 = 1,$

$y(1,0) = 0 \oplus \overline{1} = 0 \oplus 0 = 0,$

$y(0,1) = 1 \oplus \overline{0} = 1 \oplus 1 = 0,$

$y(1,1) = 1 \oplus \overline{1} = 1 \oplus 0 = 1.$

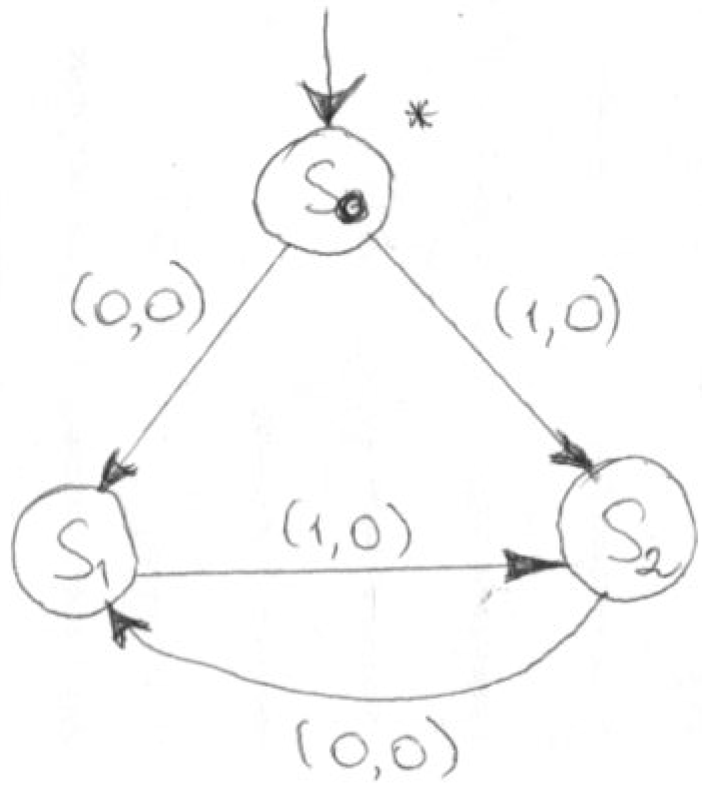
Получили в итоге таблицу

$S(t)\setminus x(t)$	0	1
S_1	S_1 / 1	S_2 / 0
S_2^*	S_1 / 0	S_2 / 1

Осталось выбрать начальное состояние, причем при $S(1)=s_0$ значение $y(1)$ должно быть равно 0 независимо от входного значения $x(t)$, то есть нижние треугольники должны содержать все 0. Этому условию не удовлетворяют текущие состояния S_1 и S_2.
Введем в таблицу состояние $S_3=s_0$, которое и будем считать начальным состоянием (помечаем *).

$S(t)\setminus x(t)$	0	1
S_1	S_1 / 1	S_2 / 0
S_2	S_1 / 0	S_2 / 1
S_3^*	S_1 / 0	S_2 / 0

Построим для автомата диаграмму Мура.



Автомат является приведенным (минимальным), так как в нем нет эквивалентных состояний. Запишем каноническую таблицу:

$S(t)$	$x(t)$	$y(t)$	$S(t+1)$
S_1	0	1	S_1
S_1	1	0	S_2
S_2	0	0	S_1
S_2	1	1	S_2
S_3^*	0	0	S_1
S_3^*	1	0	S_2

Для выведения канонических уравнений закодируем состояния $S_3 \sim 00$ (начальное), $S_1 \sim 01$, $S_2 \sim 10$. Получаем таблицу:

$s(t)$	$x(t)$	$y(t)$	$s(t+1)$

01	0	1	01
01	1	0	10
10	0	0	01
10	1	1	10
00	0	0	01
00	1	0	10

Преобразуем ее к скалярному виду:

$s^1(t)$	$s^2(t)$	$x(t)$	$y(t)$	$s^1(t+1)$	$s^2(t+1)$
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0

Доопределим строки в таблице:

$s^1(t)$	$s^2(t)$	$x(t)$	$y(t)$	$s^1(t+1)$	$s^2(t+1)$
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Выражения для $y(t)$ и $s^i(t+1)$ будем искать в виде СДНФ. Получаем:

$$\begin{cases} y(t)=\overline{s^1}(t)s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)\overline{s^2}(t)x(t)\vee s^1(t)s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)s^2(t)x(t), \\ s^1(t+1)=\overline{s^1}(t)s^2(t)x(t)\vee s^1(t)\overline{s^2}(t)x(t)\vee \overline{s^1}(t)\overline{s^2}(t)x(t), \\ s^2(t+1)=\overline{s^1}(t)s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)\overline{s^2}(t)\overline{x}(t)\vee \overline{s^1}(t)\overline{s^2}(t)\overline{x}(t). \end{cases}$$

Упростим полученные уравнения:

$$y(t)=\overline{s^1}(t)s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)\overline{s^2}(t)x(t)\vee s^1(t)s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)s^2(t)x(t)=$$
$$=s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)x(t),$$

$$s^1(t+1)=\overline{s^1}(t)s^2(t)x(t)\vee s^1(t)\overline{s^2}(t)x(t)\vee \overline{s^1}(t)\overline{s^2}(t)x(t)=$$
$$=\overline{s^1}(t)x(t)\vee \overline{s^2}(t)x(t)=\left(\overline{s^1}(t)\vee \overline{s^2}(t)\right)x(t),$$

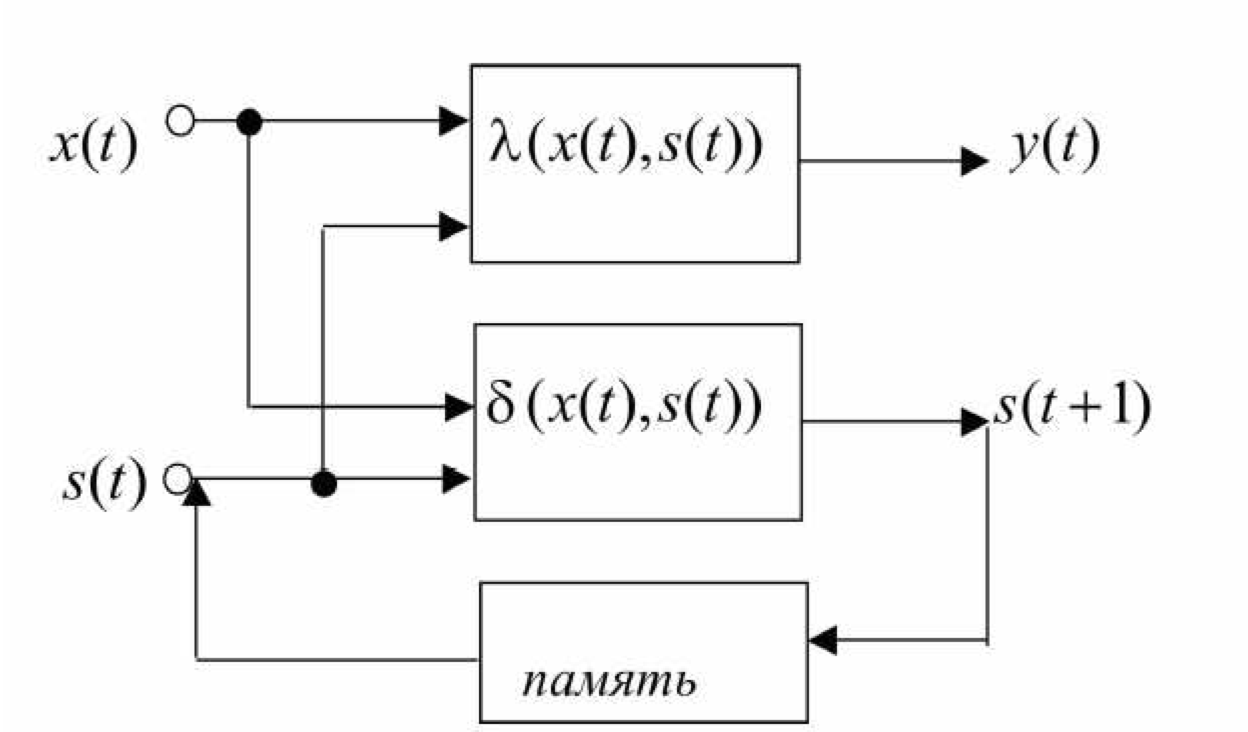
$$s^2(t+1)=\overline{s^1}(t)s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)\overline{s^2}(t)\overline{x}(t)\vee \overline{s^1}(t)\overline{s^2}(t)\overline{x}(t)=$$
$$=\overline{s^1}(t)\overline{x}(t)\vee \overline{s^2}(t)\overline{x}(t)=\left(\overline{s^1}(t)\vee \overline{s^2}(t)\right)\overline{x}(t).$$

Канонические уравнения:

$$\begin{cases} y(t)=s^2(t)\overline{x}(t)\vee s^1(t)x(t), \\ s^1(t+1)=\left(\overline{s^1}(t)\vee \overline{s^2}(t)\right)x(t), \\ s^2(t+1)=\left(\overline{s^1}(t)\vee \overline{s^2}(t)\right)\overline{x}(t), \\ s^1(1)=s^2(1)=0. \end{cases}$$

Нарисуем схему устройства, используя логические элементы «И», «ИЛИ», «НЕ».

В общем виде схема устройства выглядит следующим образом:

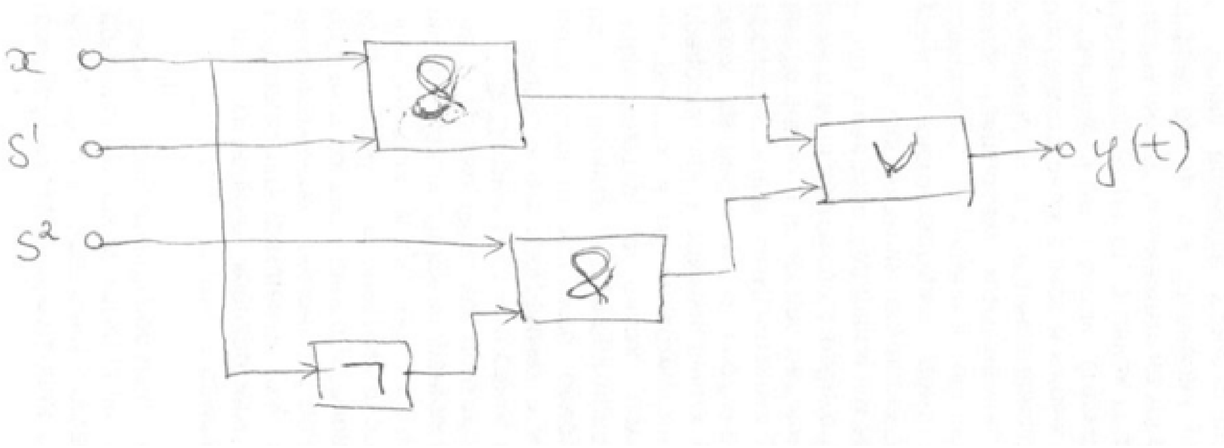


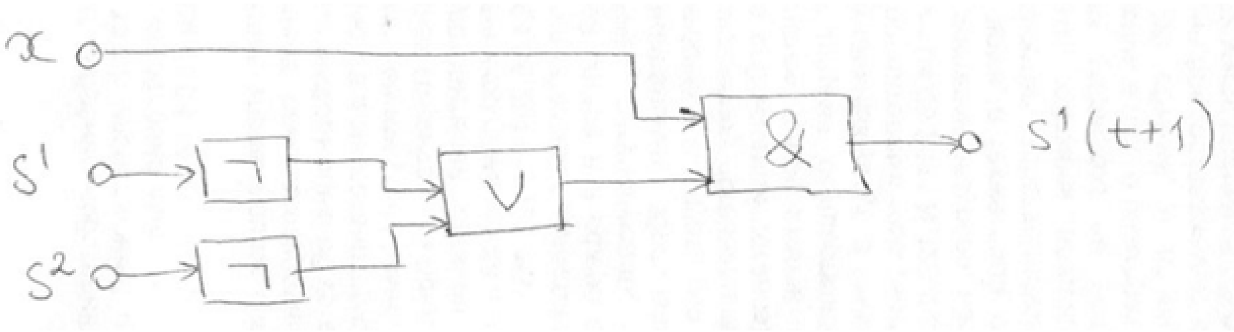
Здесь

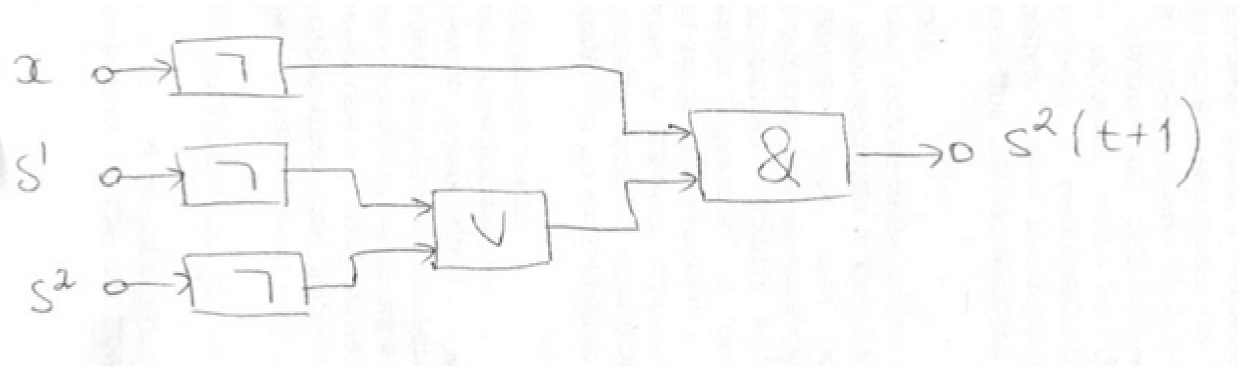
$$\lambda\left(x(t),s(t)\right)=\lambda\left(x(t),s^1(t),s^2(t)\right)=s^2(t)\bar{x}(t)\vee s^1(t)x(t);$$

$$\delta\left(x(t),s(t)\right)=\delta\left(x(t),s^1(t),s^2(t)\right)=\begin{cases}\left(\overline{s^1}(t)\vee\overline{s^2}(t)\right)x(t)=s^1(t+1),\\ \left(\overline{s^1}(t)\vee\overline{s^2}(t)\right)\bar{x}(t)=s^2(t+1).\end{cases}$$

Схемы эти частей имеют вид:




x
S1
S2
&
V
S1(t+1)


x
S1
S2
&
V
S2(t+1)