

Решение симплекс-методом задачи линейного программирования

ЗАДАНИЕ. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$F = 2x_1 + 3x_2 - x_4 \rightarrow \max,$$

$$2x_1 - x_2 - 2x_4 + x_5 = 16,$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 18,$$

$$-x_1 + 3x_2 + 4x_4 + x_6 = 24,$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.$$

РЕШЕНИЕ.

Задача уже приведена к каноническому виду. Выбираем в качестве переменных единичного базиса x_5, x_3, x_6 и составляем первую симплекс-таблицу для начального плана: $X_0 = (0, 0, 18, 0, 16, 24)$.

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6
x5	16	2	-1	0	-2	1	0
x3	18	3	2	1	-3	0	0
x6	24	-1	3	0	4	0	1
F	0	-2	-3	0	1	0	0

В последней оценочной строке есть отрицательные оценки, поэтому нужно делать шаг симплекс-метода. Выбираем столбец с наименьшей оценкой (оценка -3, столбец x_2), а затем разрешающий элемент – по наименьшему отношению свободных членов к положительным коэффициентам столбца: $\min \left\{ -; \frac{18}{2}; \frac{24}{3} \right\} = 8$ (строка x_6). Результат шага запишем в таблицу (разрешающий элемент будем выделять серым).

Прибавляем к первой строке третью, умноженную на $1/3$.

Вычитаем из второй строки третью, умноженную на $-2/3$.

Прибавляем к последней строке третью.

Делим третью строку на 3.

Получаем новую таблицу, вводя в базис x_2 и выводя из базиса x_6 .

Базис	План	x1	x2	x3	x4	x5	x6
x5	24	5/3	0	0	-2/3	1	1/3
x3	2	11/3	0	1	-17/3	0	-2/3
x2	8	-1/3	1	0	4/3	0	1/3
F	24	-3	0	0	5	0	1

В последней оценочной строке есть отрицательные оценки, поэтому нужно делать шаг симплекс-метода. Выбираем столбец с наименьшей оценкой (оценка -3, столбец x_1), а затем разрешающий элемент – по наименьшему отношению свободных членов к положительным коэффициентам столбца:

$$\min \left\{ \frac{24}{5/3}; \frac{2}{11/3}; - \right\} = \frac{6}{11}$$
 (строка x_3). Результат шага запишем в таблицу (разрешающий элемент будем выделять серым).

Вычитаем из первой строки вторую, умноженную на 5/11

Прибавляем к третьей строке вторую, умноженную на 1/11.

Прибавляем к четвертой строке вторую, умноженную на 9/11

Умножаем вторую строку на 3/11.

Базис	План	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_5	254/11	0	0	-5/11	21/11	1	7/11
x_1	6/11	1	0	3/11	-17/11	0	-2/11
x_2	90/11	0	1	1/11	9/11	0	3/11
F	282/11	0	0	9/11	4/11	0	5/11

В последней строке нет отрицательных оценок, оптимальный план найден:

$$x_1 = 6/11, x_2 = 90/11, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 254/11, x_6 = 0, F_{\max} = 282/11.$$