

Решение симплексным методом задачи линейного программирования

ЗАДАНИЕ.

Решить задачу линейного программирования симплексным методом:

$$F = -3x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} -x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -8x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 3 \end{cases} ,$$

$$x_1 \dots x_5 \geq 0.$$

РЕШЕНИЕ. Для использования симплексного метода приведем ЗЛП к единичному базису, выразив базисные переменные и целевую функцию через свободные переменные получив таким образом, первое допустимое решение. Для этого воспользуемся методом Жордана-Гаусса. Составляем таблицу:

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	Св. члены
	0	-1	1	1	0	1
	-5	1	1	0	0	2
	-8	1	2	0	-1	3
F	3	1	-4	0	0	

Выберем в качестве базисной переменной x_2 . Тогда столбец при этой переменной будет разрешающим. Выберем разрешающий элемент как наименьшее отношение между элементами столбца свободных членов и соответствующими положительными элементами разрешающего столбца. Таким элементом будет 1 во второй строке. Для получения новой таблицы разрешающую строку делим на разрешающий элемент (1), разрешающий столбец заполняем нулями, за исключением разрешающего элемента (получаем единичный вектор). Остальные элементы получаем методом Жордана-Гаусса. Получаем следующую таблицу:

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	Св. члены
	-5	0	2	1	0	3
	-5	1	1	0	0	2
	-3	0	1	0	-1	1
F	8	0	-5	0	0	

Теперь в качестве базисной переменной выберем x_3 . Аналогично получим.

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	Св. члены
	1	0	0	1	2	1
	-2	1	0	0	1	1
	-3	0	1	0	-1	1
F	-7	0	0	0	-5	

Получили первое допустимое решение $X_1 = (0, 1, 1, 1, 0)$. С помощью симплексного метода проверяем это решение на оптимальность, анализируя строку F .

Так как в строке F имеются отрицательная оценка, то первое допустимое решение можно улучшить, используя алгоритм симплексного метода. Выбираем столбец с наименьшей оценкой -7 (столбец x_1) и затем разрешающий элемент (первая строка), делаем шаг. В результате преобразований получим таблицу:

Базис	x1	x2	x3	x4	x5	Св. члены
	1	0	0	1	2	1
	0	1	0	2	5	3
	0	0	1	3	5	4
F	0	0	0	7	9	

Так как в последней строке нет отрицательных оценок, оптимальный план найден: $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 0, x_5 = 0, F_{\max} = 16$.