

**Тема: Ряды**

ЗАДАНИЕ. *Исходя из определения найти сумму ряда*

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 6n + 8}$$

РЕШЕНИЕ. Разложим дробь на сумму простых дробей:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+4} \right].$$

Тогда

$$\begin{aligned} S_1 &= 1/3 - 1/5, & S_2 &= 1/3 - 1/5 + 1/4 - 1/6, \\ S_3 &= 1/3 - 1/5 + 1/4 - 1/6 + 1/5 - 1/7 = 1/3 + 1/4 - 1/6 - 1/7, \\ S_4 &= 1/3 + 1/4 - 1/6 - 1/7 + 1/6 - 1/8 = 1/3 + 1/4 - 1/7 - 1/8, \dots \\ S_n &= 1/3 + 1/4 - \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4} = 7/12 - \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 7/12 - \frac{1}{n+3} - \frac{1}{n+4} \right) = 7/12.$$