Рекуррентные последовательности
Пример решения

ЗАДАНИЕ.

Найти последовательность $\{a_n\}$, удовлетворяющую рекуррентному соотношению $a_{n+2} + 4\cdot a_{n+1} + 3\cdot a_n = 0\cdot$ и начальным условиям $a_1=2$, $a_2=4$.

РЕШЕНИЕ.

Составим характеристический многочлен $p(\lambda)=\lambda^2+4\lambda+3=0$. Корни этого многочлена $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=-3$. Следовательно, общее решение рекуррентного соотношения имеет вид:
$a_n = c_1(-1)^n + c_2(-3)^n$.

Найдем c_1 и c_2, используя начальные условия:

$$\begin{cases} a_1 = c_1(-1)^1 + c_2(-3)^1, \\ a_2 = c_1(-1)^2 + c_2(-3)^2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = -c_1 - 3c_2, \\ a_2 = c_1 + 9c_2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = -c_1 - 3c_2, \\ 4 = c_1 + 9c_2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_2 = 1, \\ c_1 = -5. \end{cases}$$

Искомое решение $a_n = -5(-1)^n + (-3)^n = (-1)^n(-5+3^n)$.