

Автоковариационная функция случайного процесса

Пример решения задачи

Задача. Случайная функция $X(t)$ имеет автоковариационную функцию $K_x(t, t') = e^{t-2t'}$.

Найти автоковариационную функцию случайной функции $Y(t) = \int_0^t X(\tau) d\tau$.

Решение. По определению

$$\begin{aligned} K_y(t, t') &= K_y(t_1, t_2) = \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} K_x(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 = \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} e^{\tau_1 - 2\tau_2} d\tau_1 d\tau_2 = \int_0^{t_2} \int_0^{t_1} e^{\tau_1} e^{-2\tau_2} d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \int_0^{t_1} (e^{\tau_1}) d\tau_1 \int_0^{t_2} (e^{-2\tau_2}) d\tau_2 = (e^{t_1} - 1) \left(-\frac{1}{2} \right) (e^{-2t_2} - 1) = -\frac{1}{2} (e^{t_1} - 1) (e^{-2t_2} - 1). \end{aligned}$$

Получили $K_y(t, t') = -\frac{1}{2} (e^t - 1) (e^{-2t'} - 1)$