

Производная от случайной функции

Пример решения задачи

Задача. Найти числовые характеристики производной случайной функции, если

$$m_{\xi}(t) = \cos Nt, \quad K_{\xi}(t_1, t_2) = Nt_1t_2 + \frac{1}{N}t_1^4t_2^4.$$

Решение. Имеем характеристики случайной функции $\xi(t)$ для $N = 7$:

$$m_{\xi}(t) = \cos 7t, \quad K_{\xi}(t_1, t_2) = 7t_1t_2 + \frac{1}{7}t_1^4t_2^4.$$

Пусть $Y(t) = \xi'(t)$. Найдем характеристики $Y(t)$.

Математическое ожидание:

$$m_Y(t) = (m_{\xi}(t))' = (\cos 7t)' = -7 \sin 7t.$$

Корреляционная функция:

$$\begin{aligned} K_Y(t_1, t_2) &= \frac{\partial^2}{\partial t_1 \partial t_2} [K_{\xi}(t_1, t_2)] = \frac{\partial^2}{\partial t_1 \partial t_2} \left[7t_1t_2 + \frac{1}{7}t_1^4t_2^4 \right] = \frac{\partial}{\partial t_2} \left[\frac{\partial}{\partial t_1} \left[7t_1t_2 + \frac{1}{7}t_1^4t_2^4 \right] \right] = \\ &= \frac{\partial}{\partial t_2} \left[7t_2 + \frac{1}{7}4t_1^3t_2^4 \right] = 7 + \frac{1}{7}4t_1^3 \cdot 4t_2^3 = 7 + \frac{16}{7}t_1^3t_2^3. \end{aligned}$$

Дисперсия:

$$D_Y(t) = K_Y(t, t) = 7 + \frac{16}{7}t^3t^3 = 7 + \frac{16}{7}t^6.$$