Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
Примеры решений по теории вероятностей
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Матрица переходных вероятностей

Пример решения задачи

Задача. Для заданной матрицы переходных вероятностей Р найти вероятности перехода за 2 шага и стационарные вероятности, если они существуют.

$$P=\begin{pmatrix}1/2 & 1/3 & 1/6\\ 1/2 & 1/3 & 1/6\\ 1/2 & 1/3 & 1/6\end{pmatrix}$$

Решение. Матрица P_2 перехода из состояния i в состояние j за два шага равна квадрату матрицы P_1 вероятностей перехода цепи Маркова из состояния i в состояние j за один шаг, то есть

$$P_2=P^2=\begin{pmatrix}1/2 & 1/3 & 1/6\\ 1/2 & 1/3 & 1/6\\ 1/2 & 1/3 & 1/6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1/2 & 1/3 & 1/6\\ 1/2 & 1/3 & 1/6\\ 1/2 & 1/3 & 1/6\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3} & \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\\ \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3} & \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\\ \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3} & \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6}\end{pmatrix}.$$

Найдем стационарное распределение вероятностей $\overline{p}$ из формулы $\overline{p}=\overline{p}\cdot P$. Получаем:

$$\begin{cases}p_1=\frac{1}{2}p_1+\frac{1}{2}p_2+\frac{1}{2}p_3,\\ p_2=\frac{1}{3}p_1+\frac{1}{3}p_2+\frac{1}{3}p_3,\\ p_3=\frac{1}{6}p_1+\frac{1}{6}p_2+\frac{1}{6}p_3,\\ p_1+p_2+p_3=1.\end{cases}$$

Решаем систему:

$$\begin{cases}p_1=p_2+p_3,\\ 2p_2=p_1+p_3,\\ 5p_3=p_1+p_2,\\ p_1+p_2+p_3=1.\end{cases}$$

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
Примеры решений по теории вероятностей
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\begin{cases} p_1 = p_2 + p_3, \\ 2p_2 = p_2 + 2p_3, \\ 5p_3 = p_3 + 2p_2, \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = p_2 + p_3, \\ p_2 = 2p_3, \\ 2p_3 = p_2, \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = 3p_3, \\ p_2 = 2p_3, \\ 3p_3 + 2p_3 + p_3 = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1 = 1/2, \\ p_2 = 1/3, \\ p_3 = 1/6. \end{cases}$$

Получили $\overline{p} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$.