

Тема: Точки разрыва функции

ЗАДАНИЕ. Записать все точки разрыва (слева направо), указывая следом за точкой тип разрыва (1; 2; y), для функции

$$f_1(x) = \frac{\sin(x+3)}{\sqrt{(x+3)^2}} + \frac{\sin(x-3)}{x^2-4x+3}.$$

РЕШЕНИЕ. Точки разрыва: $x_1 = -3(1)$, $x_2 = 1(2)$, $x_3 = 3(y)$. Точка $x_1 = -3$ является точкой разрыва первого рода, так как пределы справа и слева существуют, конечны, но не совпадают:

$$\lim_{x \rightarrow -3 \pm 0} \frac{\sin(x+3)}{\sqrt{(x+3)^2}} = \lim_{x \rightarrow -3 \pm 0} \frac{x+3}{|x+3|} = \pm 1.$$

Точка $x_2 = 1$ является точкой разрыва второго рода, так как предел равен бесконечности

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-3)}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-3)}{(x-3)(x-1)} = \frac{\sin 2}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} = \infty.$$

Точка $x_3 = 3$ является устранимой точкой разрыва, поскольку

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(x-1)} = 1/2.$$