

## Микроэкономика, пример решения задачи Производственная функция

ЗАДАНИЕ.

Процесс производства некоторого товара описывается с помощью производственной функции  $q = f(x_1, x_2) = 54x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{2}{3}}$ . Для плана (2,5) найти первый второй предельные продукты. Дайте экономическую интерпретацию полученным результатам. Выясните, характеризуется ли ПФ той или иной разновидностью эффекта масштаба. Предполагая, что производитель приобретает ресурсы по ценам (2,7) найдите функцию переменных издержек  $C_v(q)$ .

РЕШЕНИЕ.

Находим предельные продукты.

$$MP_1 = \frac{df(x_1, x_2)}{dx_1} = \frac{54}{2} x_1^{-\frac{1}{2}} x_2^{\frac{2}{3}} = 27 x_1^{-\frac{1}{2}} x_2^{\frac{2}{3}}$$

$$MP_2 = \frac{df(x_1, x_2)}{dx_2} = \frac{2 \cdot 54}{3} x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{1}{3}} = 36 x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{-\frac{1}{3}}$$

Подставляем численные данные.

$$MP_1(2, 5) = 27 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} = \frac{27 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt{2}} = \frac{78,9485}{1,4142} = 55,8 \approx 56 \text{ ед.}$$

При увеличении продукта  $x_1$  на единицу (с 2 до 3), выпуск товара увеличивается на 56 единиц.

$$MP_2(2, 5) = \frac{36 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{50,9117}{1,70997} = 29,77 \approx 30 \text{ ед.}$$

При увеличении продукта  $x_2$  на единицу (с 5 до 6), выпуск товара увеличивается на 30 единиц.

Складываем степени переменных в производственной функции:

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$  больше 1, следовательно, эффект масштаба возрастающий.

Находим функцию переменных издержек.

Функция издержек:  $C_v(q) = c_1 \cdot q^{\frac{6}{7}}$

Положим производится 1 единица продукта.

$$q = 54x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{2}{3}} = 1$$

Издержки составляют:  $2x_1 + 7x_2$ .

Необходимо так выбрать соотношение ресурсов, чтобы минимизировать издержки:

$$2x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

Получаем модель:

$$2x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$54x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{2}{3}} = 1$$

Решаем:

$$2x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{54x_2^{\frac{3}{2}}}$$

$$x_1 = \left( \frac{1}{54x_2^{\frac{3}{2}}} \right)^2 = \frac{1}{2916x_2^3}$$

$$2 \frac{1}{2916x_2^3} + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\frac{2}{2187x_2^{\frac{7}{3}}} = 7$$

$$2187x_2^{\frac{7}{3}} = \frac{2}{7}$$

$$x_2 = \left( \frac{2}{7 \cdot 2187} \right)^{\frac{3}{7}} = 0,022$$

$$x_1 = \frac{1}{2916x_2^3} = 0,056$$

Затраты:  $2x_1 + 7x_2 = 0,266$

Функция издержек:  $C_v(q) = 0,266q^{\frac{6}{7}}$