

Микроэкономика, пример решения задачи Функция полезности. Модель Стоуна

ЗАДАНИЕ.

Функция полезности потребителя имеет вид $u(x_1, x_2) = (x_1 - a_1)^{b_1} (x_2 - a_2)^{b_2}$,

где $b_1 = \frac{1}{3+4} = \frac{1}{7}$, $b_2 = \frac{1}{5+1} = \frac{1}{6}$, $a_1 = 10(1+4) = 50$, $a_2 = 20(1+1) = 40$.

1. Найти равновесный спрос и его полезность, если рыночная цена первого товара $p_1 = 5$, рыночная цена второго товара $p_2 = 3$ и потребитель выделяет на приобретение товаров сумму $M = 5000$ денежных единиц.

2. Найти функции спроса на оба вида товаров.

3. Найти спрос на оба товара при увеличении дохода на 30 денежных единиц и при уменьшении дохода на 60 денежных единиц.

РЕШЕНИЕ.

Функция полезности потребителя имеет вид

$$u(x_1, x_2) = (x_1 - 50)^{\frac{1}{7}} (x_2 - 40)^{\frac{1}{6}}.$$

Вычислим равновесный спрос при заданных ценах и доходе.

Найдём стоимость минимального набора товаров

$$p_1 a_1 + p_2 a_2 = 5 \cdot 50 + 3 \cdot 40 = 370.$$

Оставшаяся сумма денег $M - p_1 a_1 - p_2 a_2 = 5000 - 370 = 4630$ распределяется пропорционально коэффициентам эластичности этих товаров

$$\frac{b_1}{b_1 + b_2} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}} = \frac{6}{13}, \quad \frac{b_2}{b_1 + b_2} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}} = \frac{7}{13}.$$

На приобретение первого товара выделяется сумма

$$\frac{b_1}{b_1 + b_2}(M - p_1 a_1 - p_2 a_2) = \frac{6}{13} \cdot 4630 = 2137.$$

На приобретение 2-го товара - сумма

$$\frac{b_2}{b_1 + b_2}(M - p_1 a_1 - p_2 a_2) = \frac{7}{13} \cdot 4630 = 2493.$$

Поделив выделенные средства на рыночные цены товаров, получаем количество товара, приобретаемое сверх установленных нормативов

$$\frac{\frac{b_1}{b_1 + b_2}(M - p_1 a_1 - p_2 a_2)}{p_1} = \frac{2137}{5} = 427,4,$$

$$\frac{\frac{b_2}{b_1 + b_2}(M - p_1 a_1 - p_2 a_2)}{p_2} = \frac{2493}{3} = 831$$

Таким образом, оптимальный спрос составит

$$x_1^* = 50 + 427,4 = 477,4 \text{ единиц первого товара и}$$

$$x_2^* = 40 + 831 = 871 \text{ единиц второго товара.}$$

Полезность равновесного набора будет равна

$$u(427,4;831) = (427,4 - 50)^{\frac{1}{7}} (831 - 40)^{\frac{1}{6}} \cong 7,09.$$

2.Найдём функции спроса, заменяя в формулах спроса $a_1 = 50, a_2 = 40$,

$$\frac{b_1}{b_1 + b_2} = \frac{6}{13}, \quad \frac{b_2}{b_1 + b_2} = \frac{7}{13}.$$

$$x_1^*(p_1, p_2, M) = a_1 + \frac{\frac{b_1}{b_1 + b_2}(M - p_1 a_1 - p_2 a_2)}{p_1} = 50 + \frac{\frac{6}{13}(M - 50p_1 - 40p_2)}{p_1} = \frac{350}{13} + \frac{6}{13} \cdot \frac{(M - 40p_2)}{p_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, M) = a_2 + \frac{\frac{b_2}{b_1 + b_2}(M - p_1 a_1 - p_2 a_2)}{p_2} = 40 + \frac{\frac{7}{13}(M - 50p_1 - 40p_2)}{p_2} = \frac{240}{13} + \frac{7}{13} \cdot \frac{(M - 50p_1)}{p_2}$$

Эти формулы определяют спрос на продукцию при любых ценах и доходах.

3. Оценим влияние на спрос изменения дохода обоих товаров. Найдём реакцию спроса на изменение дохода на 1 денежную единицу. Частные производные по доходу

$M \left(\frac{\partial x_1^*}{\partial M}, \frac{\partial x_2^*}{\partial M} \right)$ показывают изменение спроса на

первый и второй товары соответственно при возрастании дохода на 1 денежную единицу.

Дифференцируя полученные выше функции спроса по M , получаем

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial M} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1}{p_1}, \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial M} = \frac{7}{13} \cdot \frac{1}{p_2}.$$

Вычислим эти частные производные при заданных $p_1 = 5$ и $p_2 = 3$:

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial M} = \frac{6}{13} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{65}, \quad \frac{\partial x_2^*}{\partial M} = \frac{7}{13} \cdot \frac{1}{3} = \frac{7}{39}.$$

Так как значения частных производных положительные, то оба товара являются ценными: с ростом дохода на 1 денежную единицу спрос на оба товара растёт: спрос на первый товар увеличивается на $\frac{6}{65}$, а второго - на $\frac{7}{39}$.

При увеличении дохода потребителя на 30 денежных единиц спрос на первый товар увеличится на $\frac{36}{13}$ единиц, а второго на $\frac{70}{13}$ и составит

$$x_1^* = 427,4 + \frac{36}{13} = 430,17, \quad x_2^* = 831 + \frac{70}{13} = 836,38.$$

При уменьшении дохода потребителя на 60 денежных единиц спрос на первый товар снизится на $\frac{72}{13}$ единиц, а спрос на второй товар снизится на $\frac{140}{13}$ единиц и составит соответственно:

Решение задач по микроэкономике скачано с
https://www.matburo.ru/ex_econ_all.php?p1=microfp

(еще больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$x_1^* = 427,4 - \frac{72}{13} = 421,86, \quad x_2^* = 831 - \frac{140}{13} = 820,23.$$