

Решение: Приближенные вычисления и погрешности в Mathcad

ЗАДАНИЕ.

Определить, какое приближение точнее, сравнив относительные погрешности.

$$a) \frac{45}{49} \approx 0.957$$

$$b) \sqrt{43} \approx 6.56$$

2. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности, если они имеют только верные цифры

а) в узком смысле

б) в широком смысле

$$a) 210.0$$

$$b) 400.30$$

3. Вычислить и найти предельные абсолютную и относительную погрешности результата

$$S = \frac{ab\sqrt{3a^2 + b^2}}{h}$$

$$a = 0.791 \pm 0.0048$$

$$b = 1.13 \pm 0.057$$

$$h = 0.900 \pm 0.0028$$

РЕШЕНИЕ.

1. Для сравнения точности необходимо сравнить относительные погрешности, с которыми были получены результаты данных выражений: чем меньше относительная погрешность, тем точнее получено значение выражения. При этом необходимо знать точные значения результатов выражений.

Для вычисления относительной погрешности необходимы будут следующие формулы:

$$\Delta_a = |a - a^*|$$

$$\delta_a, \% = \frac{\Delta_a}{|a|} \cdot 100$$

где Δ_a – абсолютная погрешность числа **a**;

a – точное значение числа **a**;

a^* – приближенное значение числа **a**;

$\delta_a, \%$ – относительная погрешность числа **a** в процентах.

Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mat_pr.php?p1=mathcad
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\begin{aligned} a &:= \frac{45}{19} = 2.368421 & b &:= \sqrt{43} = 6.557439 \\ a1 &:= 0.957 & b1 &:= 6.56 \\ \Delta a &:= |a - a1| = 1.411421 & \Delta b &:= |b - b1| = 0.002561 \\ \delta a &:= \frac{\Delta a}{a} = 0.595933 & \delta b &:= \frac{\Delta b}{b} = 0.000391 \end{aligned}$$

Сравнивая относительные погрешности, становится ясно, что корень $\sqrt{43}$ посчитан точнее, так как у него наименьшая относительная погрешность.

2. Цифра приближенного числа называется верной в узком смысле, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит половины единицы десятичного разряда, соответствующего этой цифре, в противном случае сомнительной в узком смысле. Цифра приближенного числа называется верной в широком смысле, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит единицы десятичного разряда, соответствующего этой цифре, в противном случае сомнительной в широком смысле.

a) 210.0

а) в узком смысле:

$$\text{Абсолютная погрешность} = 0,1/2 = 0,05$$

$$\text{Относительная погрешность} = \frac{0,05}{240,0} = 0,0208\%$$

б) в широком смысле:

$$\text{Абсолютная погрешность} = 0,1$$

$$\text{Относительная погрешность} = \frac{0,1}{240,0} = 0,0417\%$$

b) 400.30

а) в узком смысле:

$$\text{Абсолютная погрешность} = 0,01/2 = 0,005$$

$$\text{Относительная погрешность} = \frac{0,005}{400,30} = 0,0012\%$$

б) в широком смысле:

$$\text{Абсолютная погрешность} = 0,01$$

$$\text{Относительная погрешность} = \frac{0,01}{400,30} = 0,0025\%$$

3. Предельная абсолютная погрешность суммы или разности n-го числа слагаемых не превышает суммы предельных погрешностей каждого из этих слагаемых, т.е.

$$\Delta_{a_1 \pm a_2 \pm \dots \pm a_n} \leq \Delta_{a_1} + \Delta_{a_2} + \dots + \Delta_{a_n}$$

Предельная относительная погрешность произведения n-го числа множителей не превышает суммы предельных относительных погрешностей сомножителей, т.е.

$$\delta_{a_1 a_2 \dots a_n} < \delta_{a_1} + \delta_{a_2} + \dots + \delta_{a_n}$$

Данная работа выполнена на сайте www.matburo.ru
Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_mat_pr.php?p1=mathcad
©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\text{Относительная погрешность: } \delta_s = \left(\delta_a + \delta_b + \frac{2\delta_a + 2\delta_b}{2} \right) + \delta_h$$

$$\text{Абсолютная погрешность: } \Delta_s = \delta_s \cdot S$$

Считаем в Mathcad.

$$a := 0.791 \quad \Delta a := 0.0048 \quad \delta a := \frac{\Delta a}{a} = 0.006068$$

$$b := 1.13 \quad \Delta b := 0.057 \quad \delta b := \frac{\Delta b}{b} = 0.050442$$

$$h := 0.900 \quad \Delta h := 0.0028 \quad \delta h := \frac{\Delta h}{h} = 0.003111$$

$$S := \frac{a \cdot b \cdot \sqrt{3 \cdot a^2 + b^2}}{h} = 1.763759$$

$$\delta S := \left(\delta a + \delta b + \frac{2\delta a + 2 \cdot \delta b}{2} \right) + \delta h = 0.116133$$

$$\Delta S := S \cdot \delta S = 0.20483$$