

## Решение: Интерполяция функции в Mathcad

### ЗАДАНИЕ.

Составьте таблицу значений функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a; b]$  с шагом  $h$ . В значениях функции сохраняйте три знака в дробной части. Вычисления проводить с тремя знаками после запятой. Используя квадратичную интерполяцию по полученной таблице, вычислите значение функции в точке  $x = x^*$ . Вычисления проводите двумя способами:

- 1) по формуле Лагранжа;
- 2) по формуле Ньютона.

Сделайте рисунок, на котором изобразите точки таблицы. Вычислите непосредственно значение функции  $y = f(x)$  в указанной точке  $x^*$  и сравните с значениями, полученными в результате интерполяции.

| Функция        | Отрезок     | Шаг       | $x = x^*$   |
|----------------|-------------|-----------|-------------|
| $y = e^{3x+1}$ | $[-1; 1,5]$ | $h = 0,5$ | $x^* = 0,3$ |

### РЕШЕНИЕ.

#### Таблица.

$$h := 0.5$$

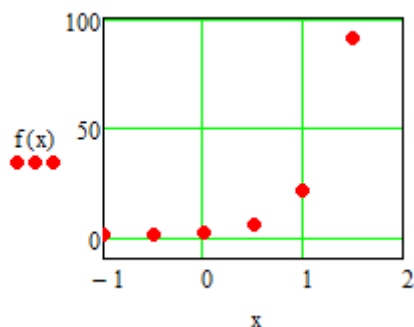
$$a := -1 \quad b := 1.5 \quad n := \frac{b - a}{h} = 5.000$$

$$i := 1..n \quad x_0 := a \quad x_i := x_{i-1} + h \quad f(x) := e^{3 \cdot x} + 1$$

$$x = \begin{pmatrix} -1.000 \\ -0.500 \\ 0.000 \\ 0.500 \\ 1.000 \\ 1.500 \end{pmatrix} \quad f(x) = \begin{pmatrix} 1.050 \\ 1.223 \\ 2.000 \\ 5.482 \\ 21.086 \\ 91.017 \end{pmatrix} \quad x1 := 0.3 \quad f(x1) = 3.460$$

#### График.

Данная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/ex\\_mat\\_pr.php?p1=mathcad](https://www.matburo.ru/ex_mat_pr.php?p1=mathcad)  
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию



Интерполирование по формуле Лагранжа.

$$L_n(x) = y_0 \cdot \frac{(x - x_1) \dots (x - x_n)}{(x_0 - x_1) \dots (x_0 - x_n)} + y_1 \cdot \frac{(x - x_0)(x - x_2) \dots (x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2) \dots (x_1 - x_n)} + \dots$$

$$\dots + y_n \cdot \frac{(x - x_0) \dots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_0) \dots (x_n - x_{n-1})}$$

Лагранжа

$$L(x) := \sum_{j=0}^n \left( f(x_j) \cdot \prod_{k=0, k \neq j}^n \left( 1 - \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \right) \right)$$

$$L(0.3) = 3.622$$

Значение в точке 0,3 равно 3,622.

Интерполирование по формуле Ньютона.

$$P_n(x) = y_0 + q \cdot \Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \cdot \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{q(q-1) \dots (q-n+1)}{n!} \cdot \Delta^n y_0$$

где  $\Delta y_0, \Delta^2 y_0, \dots, \Delta^n y_0$  - конечные разности ( $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$ )

Данная работа выполнена на сайте [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)  
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу  
[https://www.matburo.ru/ex\\_mat\\_pr.php?p1=mathcad](https://www.matburo.ru/ex_mat_pr.php?p1=mathcad)  
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Ньютона

```

Njuton(x,y,n,t) :=
  for i ∈ 0..n
    ri,0 ← yi
  for k ∈ 1..n
    for i ∈ 0..n-k
      ri,k ← (ri+1,k-1 - ri,k-1)
    s ← y0
  -----
  for k ∈ 1..n
    p ← 1
    for i ∈ 0..k-1
      p ← p · (t - xi)
    s ←  $\frac{r_{0,k}}{k! \cdot h^k} \cdot p + s$ 
  s
    
```

$Njuton(x, f(x), n, 0.3) = 3.622$

Значение в точке 0,3 равно 3,622.

Для обоих методов погрешность =  $(3,622 - 3,460) = 0,162$ .