

Пример решения задачи Разностные уравнения

ЗАДАНИЕ.

Решить разностное уравнение третьего порядка

$$y(x+3) - 16y(x+2) + 83y(x+1) - 140y(x) = 0$$

$$y(0) = 3, \quad y(1) = 18, \quad y(2) = 120$$

РЕШЕНИЕ.

Подставим $y = \lambda^x$ в уравнение:

$$\lambda^{x+3} - 16\lambda^{x+2} + 83\lambda^{x+1} - 140\lambda^x = 0,$$

Тогда характеристическое уравнение будет иметь вид:

$$\lambda^3 - 16\lambda^2 + 83\lambda - 140 = 0.$$

Методом подбора устанавливаем, что $\lambda_1 = 4$, тогда

$$(\lambda - 4)(\lambda^2 - 12\lambda + 35) = 0$$

$$\lambda^2 - 12\lambda + 35 = 0$$

$$\lambda_2 = 5, \lambda_3 = 7.$$

Общее решение имеет вид:

$$y = \lambda_1^x c_1 + \lambda_2^x c_2 + \lambda_3^x c_3$$

Или

$$y = 4^x c_1 + 5^x c_2 + 7^x c_3.$$

Подставив начальные условия, получим систему для определения

$$c_i \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\begin{cases} c_1 + c_2 + c_3 = 3 \\ 4c_1 + 5c_2 + 7c_3 = 18 \\ 16c_1 + 25c_2 + 49c_3 = 120 \end{cases}$$

Решение задачи по разностным уравнениям скачано с
https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=marazn

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$c_1 = 3, \quad c_2 = -3, \quad c_3 = 3.$$

Тогда

$$y = 3(4^x - 5^x + 7^x).$$