Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm ©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Задача по математической логике с решением

Задача. Доказать в исчислении высказываний (буквы обозначают произвольные формулы):

$$(X \to Z) \to ((Y \to Z) \to ((X \lor Y) \to Z))$$
.

Решение. Используем алгоритм редукции.

Положим, что формула $\varphi = (X \to Z) \to ((Y \to Z) \to ((X \lor Y) \to Z))$ принимает ложное значение на некотором наборе переменных (X,Y,Z), тогда $(X \to Z) = 1$ и $((Y \to Z) \to ((X \lor Y) \to Z)) = 0$. (1)

Так как
$$((Y \to Z) \to ((X \lor Y) \to Z)) = 0$$
, то $(Y \to Z) = 1$ и $(X \lor Y) \to Z = 0$. (2)

Так как
$$((X \lor Y) \to Z = 0$$
, то $(X \lor Y) = 1$ и $Z = 0$. (3)

Получили, что Z = 0. Тогда, так как $(X \to Z) = 1$, $(Y \to Z) = 1$, то X = Y = 0. Но тогда не выполняется условие $(X \lor Y) = 1$, то есть наше предположение неверно.

Формула доказуема.