

Пример решения задачи. Исчисление предикатов

Привести к пренексной нормальной форме, считая U и V бескванторными формулами:

$$\neg \exists x \forall y \exists z \forall u U.$$

Решение

Предваренной (или пренексной) формулой называется формула вида

$$\varphi: Q_1(x_1)Q_2(x_2) \dots Q_n(x_n)\sigma,$$

где $Q_i \in \{\forall, \exists\}$ квантора, σ - формула без кванторов.

Процедура приведения произвольной формулы логики предикатов к пренексной нормальной форме включает следующие шаги:

Преобразование формул, устраняющие логические связки \rightarrow и \leftrightarrow .

1. Пронесение отрицания вглубь подформул, чтобы отрицания находились только над атомами.
2. Вынесение кванторов за скобки в порядке их следования в формуле с учетом общезначимых эквивалентностей логики предикатов.
3. При необходимости переименование связанных переменных в подформулах во избежание коллизии переменных.
4. Представление полученной бескванторной формулы в КНФ.

$$\begin{aligned} \varphi: [\neg \exists x \forall y \exists z \forall u U] &\leftrightarrow \forall x \neg \forall y \exists z \forall u U \leftrightarrow \forall x \exists y \neg \exists z \forall u U \\ &\leftrightarrow \forall x \exists y \forall z \neg \forall u U \leftrightarrow \forall x \exists y \forall z \exists u \neg U \end{aligned}$$