

Решение задачи о фиктивных переменных булевой функции

Задача. Показать, что x_1 - фиктивная переменная функции f (реализовав для этой цели функцию f формулой, не содержащей явно переменную x_1):

$$1) f(\tilde{x}^2) = (x_2 \rightarrow x_1) \cdot (x_2 \downarrow x_2),$$

Решение. Упростим выражение для функции:

$$f(\tilde{x}^2) = (x_2 \rightarrow x_1) \cdot (x_2 \downarrow x_2) = (\overline{x_2} \vee x_1) \cdot (\overline{x_2} \cdot x_2) = (\overline{x_2} \vee x_1) \cdot \overline{x_2} = \overline{x_2}$$

Не зависит от x_1 , что и требовалось показать.

$$2) f(\tilde{x}^2) = (x_1 \sim x_2) \vee (x_1 | x_2).$$

Решение. Упростим выражение для функции:

$$\begin{aligned} f(\tilde{x}^2) &= (x_1 \sim x_2) \vee (x_1 | x_2) = (x_1 \cdot x_2) \vee (\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}) \vee (\overline{x_1} \vee x_2) = \\ &= x_1 \cdot x_2 \vee \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \vee x_2 = x_1 \cdot x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_2 = x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_2 = 1. \end{aligned}$$

Не зависит от x_1 , что и требовалось показать.

$$3) f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \oplus x_2) \rightarrow x_3) \cdot \overline{x_3 \rightarrow x_2}$$

Решение. Упростим выражение для функции:

$$\begin{aligned} f(\tilde{x}^3) &= ((x_1 \oplus x_2) \rightarrow x_3) \cdot \overline{x_3 \rightarrow x_2} = ((x_1 \oplus x_2) \vee x_3) \cdot \overline{x_3 \vee x_2} = \\ &= ((x_1 \oplus x_2) \vee x_3) \cdot \overline{x_3} \vee x_2 = ((x_1 \cdot x_2) \vee (\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}) \vee x_3) \cdot \overline{x_3} \cdot x_2 = \\ &= (x_1 \cdot x_2 \vee \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \vee x_3) \cdot \overline{x_3} \cdot x_2 = (x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_2 \vee \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot x_2 \vee x_3 \cdot \overline{x_3} \cdot x_2) = \\ &= (0 \vee \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_2 \vee x_3 \cdot \overline{x_2}) = x_3 \cdot \overline{x_2}. \end{aligned}$$

Не зависит от x_1 , что и требовалось показать.