

Решение задачи по булевой алгебре

КНФ и СКНФ булевой функции

Задача. Привести к КНФ и СКНФ.

$$\left(\left(\left((A \rightarrow B) \rightarrow \bar{A}\right) \rightarrow \bar{B}\right) \rightarrow \bar{C}\right)$$

Решение. Сначала упростим данное выражение, используя законы де Моргана и правило $x \rightarrow y = \bar{x} \vee y$. Получаем:

$$\begin{aligned} F &= \left(\left(\left((A \rightarrow B) \rightarrow \bar{A}\right) \rightarrow \bar{B}\right) \rightarrow \bar{C}\right) = \left(\left(\left(\bar{A} \vee B\right) \rightarrow \bar{A}\right) \rightarrow \bar{B}\right) \rightarrow \bar{C} = \left(\left(\left(\overline{\bar{A} \vee B} \vee \bar{A}\right) \rightarrow \bar{B}\right) \rightarrow \bar{C}\right) = \\ &= \left(\left(\overline{\left(\bar{A} \vee B\right) \vee \bar{A}} \vee \bar{B}\right) \rightarrow \bar{C}\right) = \left(\overline{\left(\overline{\left(\bar{A} \vee B\right) \vee \bar{A}} \vee \bar{B}\right) \vee \bar{C}}\right) = \overline{\left(\overline{\left(\bar{A} \vee B\right) \vee \bar{A}} \vee \bar{B}\right) \vee \bar{C}} = \\ &= \left(\overline{\left(\bar{A} \vee B\right) \vee \bar{A}} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \left(\left(\overline{\bar{A} \vee B} \wedge \bar{A}\right) \wedge B\right) \vee \bar{C} = \left(\overline{\bar{A} \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \left(\overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \\ &= \left(\overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \left(\overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \left(\overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \left(\overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \\ &= \left(\overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B\right) \vee \bar{C} = \overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B \vee \bar{C}. \end{aligned}$$

Теперь приведем выражение к КНФ: $F = \overline{A \vee B} \wedge \bar{A} \wedge B \vee \bar{C} = (\bar{A} \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \wedge B) \vee \bar{C}$.

Приведем к СКНФ:

$$\begin{aligned} F &= (\bar{A} \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \wedge B) \vee \bar{C} = (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}) \wedge (\bar{A} \wedge B \vee \bar{C}) = \\ &= (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}) \wedge (\bar{A} \vee B \vee \bar{C}) \wedge (\bar{A} \vee \bar{C} \vee B) \wedge (\bar{A} \vee B \vee \bar{C}). \end{aligned}$$