Решение задачи по математической логике

Логика высказываний

Выполнить исследование логического суждения по заданному варианту, для этого:
- составить таблицу истинности (число строк равно 2^n, где n – число пропозициональных переменных, а число столбцов равно сумме числа пропозициональных переменных, посылок, заключения, а также конъюнкции всех посылок и импликации заключения согласно теореме; выделить в таблице истинности штриховкой строки, в которых истинны все посылки и заключение; дать комментарии,
- доказать истинность логического суждения методом дедукции и методом резолюции; нарисовать графы вывода методом дедукции и методом резолюции.

$(A \to B),\ (C \to \neg B),\ (C \,\&\, \neg D)$ р $\neg(\neg A \to D)$

Решение.

1) Таблица истинности логического суждения:

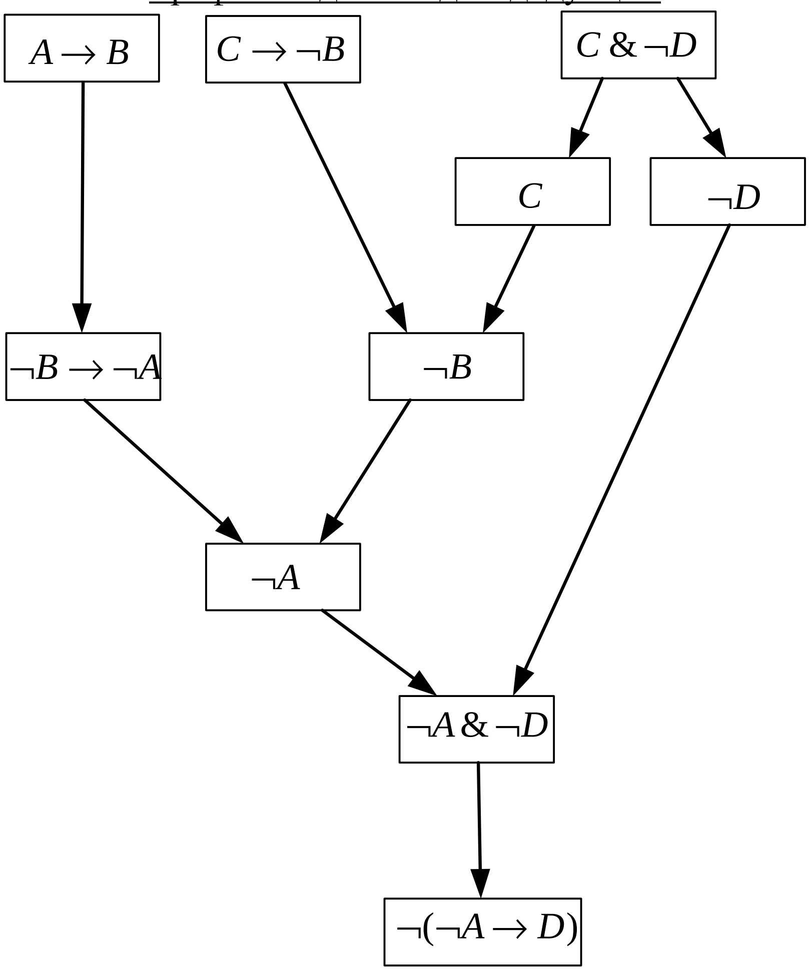
n	A	B	C	D	$P_1 = A \to B$	$P_2 = C \to \neg B$	$P_3 = C \,\&\, \neg D$	P	$C_1 = \neg(\neg A \to D)$
0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	1	1	1
3	0	0	1	1	1	1	0	0	0
4	0	1	0	0	1	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	1	0	0	1
10	1	0	1	0	0	1	1	0	1
11	1	0	1	1	0	1	0	0	1
12	1	1	0	0	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1	1	0	0	1
14	1	1	1	0	1	0	1	0	1
15	1	1	1	1	1	0	0	0	1

Заданная клауза является истинной, т.к. единицы следствия (C_1) накрывают все единицы обобщенной причины (P), т.е. единицы обобщенной причины образуют подмножество единиц следствия:
$P = \{2\} \subset \{0,2,4,6,8,9,10,11,12,13,14,15\} = C_1$.

2) Доказательство истинности логического суждения методом дедукции.
Запишем правую часть клаузы в эквивалентной форме:
$\neg(\neg A \to D) = \neg(A \vee D) = \neg A \& \neg D$
и докажем истинность логического суждения
$(A \to B),\ (C \to \neg B),\ (C \,\&\, \neg D)$ р $(\neg A \& \neg D)$.

1. $C \& \neg D \Rightarrow C$
2. $C \& \neg D \Rightarrow \neg D$
3. $C \to \neg B,\ C \Rightarrow \neg B$
4. $A \to B \Rightarrow \neg B \to \neg A$
5. $\neg B \to \neg A,\ \neg B \Rightarrow \neg A$
6. $\neg A, \neg D \Rightarrow \neg A \& \neg D$

Граф вывода методом дедукции



3) Доказательство истинности логического суждения методом резолюции.

Приведём заданную клаузу в нормальную конъюнктивную форму:
$\neg A \vee B,\ \neg C \vee \neg B,\ C, \neg D,\ A \vee D\ \Rightarrow 0$

Выпишем по порядку все посылки и начнём их склеивать согласно очередности. Справа от каждого нового дизъюнкта указаны номера используемых дизъюнктов:

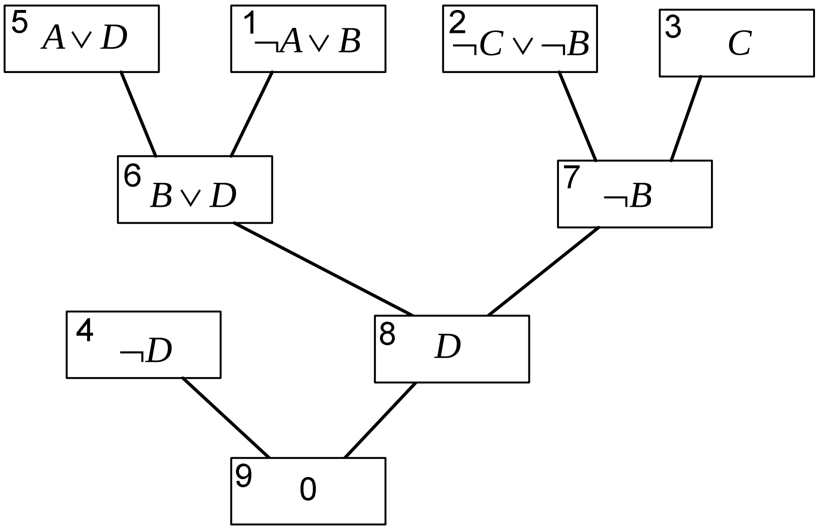
1. $\neg A \vee B$
2. $\neg C \vee \neg B$
3. C
4. $\neg D$
5. $A \vee D$
6. $\neg A \vee \neg C$ (1, 2)
7. $B \vee D$ (1, 5)
8. $\neg B$ (2, 3)
9. $\neg C \vee D$ (2, 7)
10. $\neg A$ (3, 6)
11. D (3, 9)
12. A (4, 5)
13. B (4, 7)
14. $\neg C$ (4, 9)
15. 0 (4,11)

Полученный в результате ноль подтверждает справедливость исходной клаузы.

Этот же результат можно получить гораздо быстрее:

1. $\neg A \vee B$
2. $\neg C \vee \neg B$
3. C
4. $\neg D$
5. $A \vee D$
6. $B \vee D$ (1, 5)
7. $\neg B$ (2, 3)
8. D (6, 7)
9. 0 (4, 8)

Граф вывода методом резолюции


5 $A \vee D$
1 $\neg A \vee B$
2 $\neg C \vee \neg B$
3 C
6 $B \vee D$
7 $\neg B$
4 $\neg D$
8 D
9 0