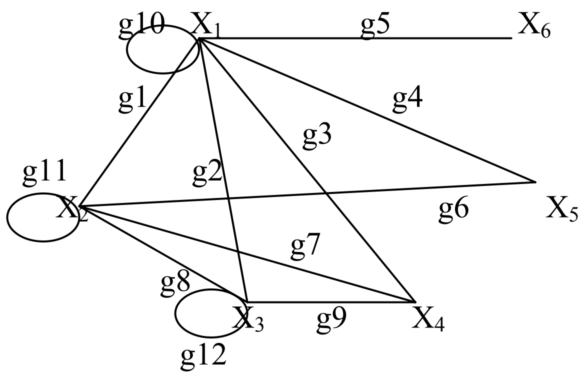
Тема: Теория графов

ЗАДАНИЕ. *Постройте граф отношения «x+y<=7» на множестве M={1,2,3,4,5,6}. Определите его свойства.*

РЕШЕНИЕ: Построим граф G(X) с множеством вершин $X=\{X_i=i, i=1,..,6\}$, причем две вершины X_i и X_j соединяются ребром тогда и только тогда, когда $X_i+X_j<=7$. Поскольку отношение «x+y<=7» симметрично, граф G(X) неориентированный.



Построим *матрицу смежности* (вершин).

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	1	1	0
X_3	1	1	1	1	0	0
X_4	1	1	1	0	0	0
X_5	1	1	0	0	0	0
X_6	1	0	0	0	0	0

= A

Здесь элемент A_{ij} обозначает число ребер, идущих из вершины X_i в вершину X_j. Поскольку наш граф неориентированный, матрица смежности симметрична.

Построим *матрицу инциденций* (ребер).

	g1	g2	g3	g4	g5	g6	g7	g8	g9	g10	g11	g12
X_1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
X_2	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
X_3	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
X_4	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
X_5	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
X_6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

= R

Здесь элемент R_{ij} равен 1, если вершина X_i инцидентна ребру gj и 0 иначе.

Построим *матрицу расстояний*.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	0	1	1	1	1	1
X_2	1	0	1	1	1	2
X_3	1	1	0	1	2	2
X_4	1	1	1	0	2	2
X_5	1	1	2	2	0	2
X_6	1	2	2	2	2	0

= D

Здесь элемент D_{ij} обозначает длину кратчайшего пути из вершины X_i в вершину X_j. Поскольку наш граф неориентированный, матрица расстояний симметрична.

Найдем вектор удаленности d, каждая компонента которого определяется как $d_i = \max\limits_{x_j \in X}\{d(x_i, x_j)\}$ (максимальное расстояние от вершины X_i до любой другой вершины).

Вектор удаленности d=(1,2,2,2,2,2).

Центром является вершина X_1, так ей соответствует наименьшая удаленность ($1=d_1<d_j$, $j=2,..,6$).

Периферийные вершины: X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, так как им соответствует наибольшая удаленность ($d_j=2$, $j=2,..,6$).

Радиус графа G(X) – это удаленность центра, r(G)=1.
Диаметр графа G(X) – это удаленность периферийных вершин, Diam(G)=2.

Найдем числа внутренней и внешней устойчивости графа.
Наибольшее множество внутренней устойчивости для нашего графа имеет вид $S=\{X_4, X_5, X_6\}$(при добавлении любых других вершин будем получать смежные вершины). Соответственно, *число внутренней устойчивости* графа G(X) равно card(S)=3.

Наименьшее множество внешней устойчивости для нашего графа имеет вид $T=\{X_1\}$ (так как любая другая вершина (не принадлежащая T) соединена с вершиной X_1 из T). *Число внешней устойчивости* графа G(X) равно card(T)=1.