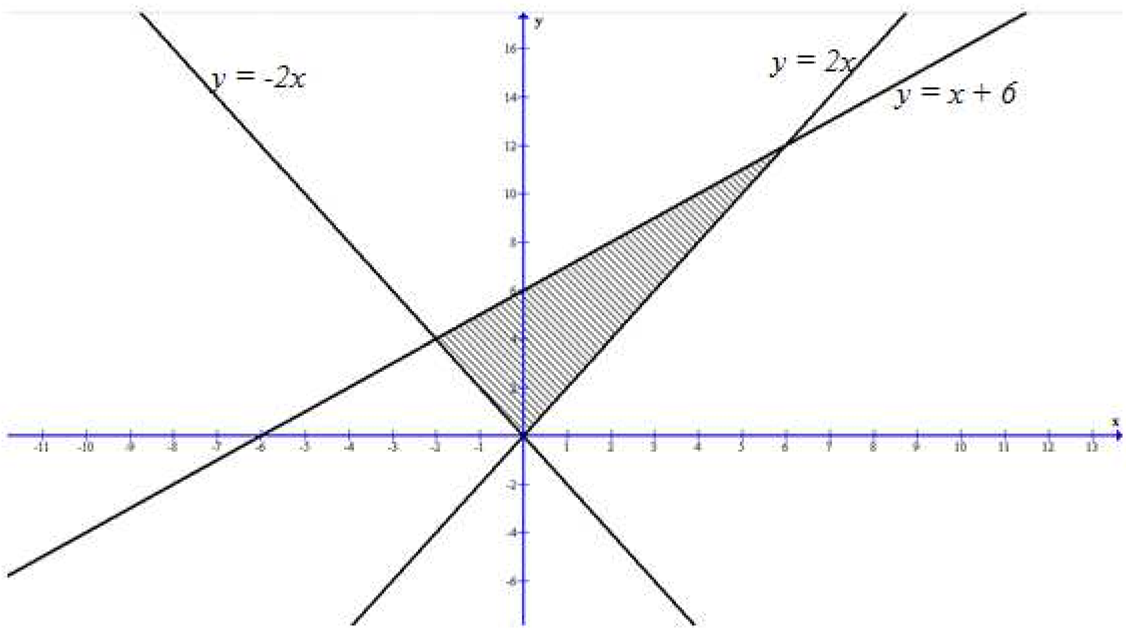
Аналитическая геометрия на плоскости
Пример решения задачи

Задача. *Найти углы и площадь треугольника, образованного прямыми y = 2x, y = -2x и y = x + 6.*

Решение.

Сделаем чертеж:



Найдем координаты вершин треугольника:

$$A:\begin{cases} y=2x,\\ y=-2x; \end{cases}\qquad B:\begin{cases} y=2x,\\ y=x+6; \end{cases}\qquad C:\begin{cases} y=-2x,\\ y=x+6. \end{cases}$$

A (0; 0), B (6; 12), C (-2; 4).

Найдем координаты и длины векторов:

$\overline{AB}=(6;12)$, $\overline{BA}=(-6;-12)$, $\left|\overline{AB}\right|=\left|\overline{BA}\right|=6\sqrt{5}.$

$\overline{AC}=(-2;4)$, $\overline{CA}=(2;-4)$, $\left|\overline{AC}\right|=\left|\overline{CA}\right|=2\sqrt{5}.$

$\overline{BC}=(-8;-8)$, $\overline{CB}=(8;8)$, $\left|\overline{BC}\right|=\left|\overline{CB}\right|=8\sqrt{2}$.

Тогда углы треугольника найдем из скалярного произведения:

$$\angle A=\arccos\frac{\left(\overline{AB},\overline{AC}\right)}{\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{AC}\right|}=\arccos\frac{-12+48}{6\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}}=\arccos\frac{3}{5}=0{,}93\text{ðàä}.$$

$$\angle B=\arccos\frac{\left(\overline{BA},\overline{BC}\right)}{\left|\overline{BA}\right|\cdot\left|\overline{BC}\right|}=\arccos\frac{48+96}{6\sqrt{5}\cdot 8\sqrt{2}}=\arccos\frac{3}{\sqrt{10}}=0{,}32\text{ðàä.},$$

тогда $\angle C=\pi-0{,}93-0{,}32=1{,}89\text{ðàä}.$

Площадь треугольника:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{AC}\right|\sin A=\frac{1}{2}6\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}\cdot 0{,}8=24.$$

Ответ: $\angle A=0{,}93\text{ðàä.}$, $\angle B=0{,}32\text{ðàä.}$, $\angle C=1{,}89\text{ðàä.}$, $S_{ABC}=24.$