Аналитическая геометрия в пространстве
Пример решения задачи

Задача. *Найти канонические уравнения прямой:*

$$\begin{cases} x-2y+z+6=0, \\ 2x+y-4z-8=0. \end{cases}$$

Решение. Прямая задана как линия пересечения двух плоскостей с нормалями $\overline{n_1}=\{1;-2;1\}$ и $\overline{n_2}=\{2;1;-4\}$. Тогда направляющий вектор прямой можно найти как векторное произведение нормалей:

$$\overline{a}=\overline{n_1}\times\overline{n_2}=\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix}=\bar{i}\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -4 \end{vmatrix}-\bar{j}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}+\bar{k}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}= =7\bar{i}+6\bar{j}+5\bar{k}=\{7;6;5\}$$

Осталось найти точку, через которую проходит прямая. Положим, например, $z=0$ и найдем x, y из системы:

$$\begin{cases} x-2y+6=0, \\ 2x+y-8=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=-6, \\ 4x+2y=16; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y=-6, \\ 5x=10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=4, \\ x=2. \end{cases}$$

Получили точку $M(2;4;0)$.

Тогда канонические уравнения прямой имеют вид: $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y-4}{6}=\dfrac{z}{5}$.