Тема: Теория игр

ЗАДАНИЕ. Найти оптимальный вариант электростанции по критериям Лапласа, Вальда, Гурвица с показателями 0,8 и 0,3 и Сэвиджа по заданной таблице эффективностей:

Таблица эффективностей

Среда Варианты	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	10	8	4	11
A_2	9	9	5	10
A_3	8	10	3	14
A_4	7	7	8	12

РЕШЕНИЕ.

Критерий Лапласа. В основе критерия лежит предположение: поскольку о состояниях обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятными. Исходя из этого действуют формулы:

$K(A_i)=\dfrac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}k_{ij},\ i=1,...,m,\quad K_{опт}=\max\left\{K(A_i),\ i=1,...,m\right\}/$

Получаем:

$K(A_1)=0,25(10+8+4+11)=8,25$,

$K(A_2)=0,25(9+9+5+10)=8,25$,

$K(A_3)=0,25(8+10+3+14)=8,75$,

$K(A_4)=0,25(7+7+8+12)=8,5$.

Лучшая стратегия по этому критерию A_3.

Критерий Вальда. Это *максиминный критерий,* он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях. Критерий основывается на том, что, если состояние обстановки неизвестно, нужно поступать самым осторожным образом, ориентируясь на минимальное значение эффективности каждой системы.
В каждой строке матрицы эффективности находится минимальная из оценок систем по различным состояниям обстановки $K(A_i)=\min\limits_{j}k_{ij},\ i=1,...,m$.

Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности:
$K_{опт}=\max\left\{K(A_i),\ i=1,...,m\right\}$

Вычисляем: $K(A_1)=4$, $K(A_2)=5$, $K(A_3)=3$, $K(A_4)=7$.

Лучшая стратегия по этому критерию A_4.

Критерий Гурвица с показателями 0,8 и 0,3. Это *критерий обобщенного максимина.* Согласно данному критерию при оценке и выборе систем неразумно проявлять как осторожность, так и азарт, а следует, учитывая самое высокое и самое низкое значения эффективности, занимать промежуточную позицию (взвешиваются наихудшие и наилучшие условия). Для этого вводится коэффициент оптимизма α ($0\le\alpha\le 1$), характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента а сумма максимальной и минимальной оценок: $K\left(A_i\right)=\alpha\max_j k_{ij}+\left(1-\alpha\right)\min_j k_{ij}$, $i=1,...,m$.

Условие оптимальности стандартное: $K_{опт}=\max\left\{K\left(A_i\right),\ i=1,...,m\right\}$.

1) Пусть $\alpha=0,8$. Вычисляем:

$K\left(A_1\right)=0,8\cdot 11+0,2\cdot 4=9,6$,

$K\left(A_2\right)=0,8\cdot 10+0,2\cdot 5=9,0$,

$K\left(A_3\right)=0,8\cdot 14+0,2\cdot 3=11,8$,

$K\left(A_4\right)=0,8\cdot 12+0,2\cdot 7=11,0$.

Лучшая стратегия по этому критерию A_3.

2) Пусть $\alpha=0,3$. Вычисляем:

$K\left(A_1\right)=0,3\cdot 11+0,7\cdot 4=6,1$,

$K\left(A_2\right)=0,3\cdot 10+0,7\cdot 5=6,5$,

$K\left(A_3\right)=0,3\cdot 14+0,7\cdot 3=6,3$,

$K\left(A_4\right)=0,3\cdot 12+0,7\cdot 7=8,5$.

Лучшая стратегия по этому критерию A_4.

Критерий Сэвиджа. Минимизирует потери эффективности при наихудших условиях. Для оценки систем на основе данного критерия матрица эффективности должна быть преобразована в матрицу потерь (риска). Каждый элемент матрицы потерь определяется как разность между максимальным и текущим значениями оценок эффективности в столбце: $\Delta k_{ij}=\max_i k_{ij}-k_{ij}$.

После преобразования матрицы используется критерий минимакса:

$K\left(A_i\right)=\max_j \Delta k_{ij}$, $i=1,...,m$., $K_{опт}=\min\left\{K\left(A_i\right),\ i=1,...,m\right\}$

Матрице эффективности будет соответствовать матрица потерь:

Среда Варианты	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	0	2	4	3
A_2	1	1	3	4
A_3	2	0	5	0
A_4	3	3	0	2

Вычисляем теперь:

$K\left(A_1\right)=4$, $K\left(A_2\right)=4$, $K\left(A_3\right)=5$, $K\left(A_4\right)=3$

Лучшая стратегия по этому критерию A_4.