

## Функции нескольких переменных Наибольшее и наименьшее значение в области

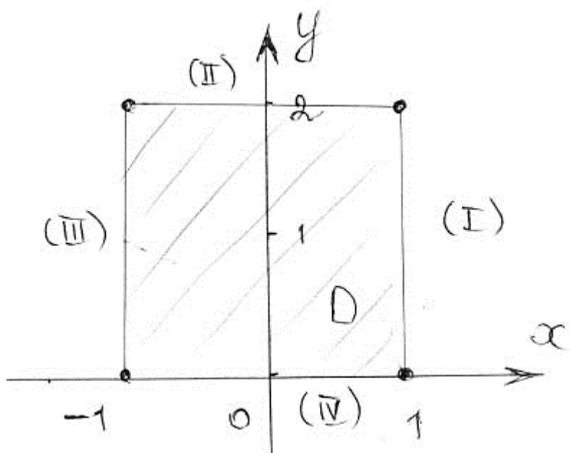
ЗАДАНИЕ.

Найти наименьшее  $m$  и наибольшее  $M$  значения функции  $z = f(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , заданной системой неравенств. Сделать чертёж области  $D$ .

$$z = 3 - 2x^2 - xy - y^2, \quad D: -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

РЕШЕНИЕ.

Сделаем схематический чертёж области  $D$ .



Шаг 1. Найдем стационарные точки внутри области.

Вычислим частные производные и приравняем их к нулю:

$$\begin{cases} z'_x = -4x - y = 0, \\ z'_y = -x - 2y = 0, \\ x = 0, \\ y = 0. \end{cases}$$

Точка  $(0, 0)$ ,  $z(0, 0) = 3$ .

Шаг 2. Исследуем значения функции на границах области  $D$

(I)  $x = 1$ ,  $y \in [0; 2]$ .

Тогда  $z = 3 - 2 - y - y^2 = 1 - y - y^2$ ,  $z' = -1 - 2y = 0$ ,  $2y = -1$ ,  $y = -1/2 \notin [0; 2]$

(II)  $y = 2$ ,  $x \in [-1; 1]$ .

Тогда  $z = 3 - 2x^2 - 2x - 4 = -2x^2 - 2x - 1$ ,  $z' = -4x - 2 = 0$ ,  $4x = -2$ ,  $x = -1/2 \in [-1; 1]$ ,

Решение задачи по функциям нескольких переменных скачано с  
[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=mafnp](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=mafnp)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$z(-1/2; 2) = -1/2$$

$$(III) \quad x = -1, \quad y \in [0; 2].$$

$$\text{Тогда } z = 3 - 2 + y - y^2 = 1 + y - y^2, \quad z' = 1 - 2y = 0, \quad 2y = 1, \quad y = 1/2 \in [0; 2]$$

$$z(-1; 1/2) = 5/4$$

$$(IV) \quad y = 0, \quad x \in [-1; 1].$$

$$\text{Тогда } z = 3 - 2x^2, \quad z' = -4x = 0, \quad x = 0 \in [-1; 1],$$

$$z(0; 0) = 3$$

Найдем значения функции в угловых точках:

$$z(1; 0) = 1, \quad z(-1; 0) = 1, \quad z(1; 2) = -5, \quad z(-1; 2) = -1.$$

Шаг 3. Выбираем из всех полученных значений наибольшее и наименьшее:

$$m = -5 \text{ и } M = 3.$$