

Функции нескольких переменных Градиент, производная по направлению

ЗАДАНИЕ.

Дана функция $z = z(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор \bar{a} . Найдти:

1) $\text{grad } z$ в точке A : $\text{grad } z(x_0, y_0)$;

2) производную в точке A по направлению вектора \bar{a} : $\frac{\partial z}{\partial a}(x_0, y_0)$.

$$z = \text{arctg}(xy^2), \quad A(2;3), \quad \bar{a} = 4\bar{i} - 3\bar{j}.$$

РЕШЕНИЕ.

1) Найдем градиент функции $z = \text{arctg}(xy^2)$. Вычисляем частные производные:

$$z'_x = \left(\text{arctg}(xy^2) \right)'_x = \frac{1}{1+(xy^2)^2} y^2 = \frac{y^2}{1+x^2y^4},$$

$$z'_y = \left(\text{arctg}(xy^2) \right)'_y = \frac{1}{1+(xy^2)^2} 2xy = \frac{2xy}{1+x^2y^4}.$$

В точке $A(2;3)$ получаем:

$$z'_x(2;3) = \frac{9}{1+2^2 \cdot 3^4} = \frac{9}{325},$$

$$z'_y(2;3) = \frac{12}{1+2^2 \cdot 3^4} = \frac{12}{325}.$$

Тогда градиент равен: $\text{grad } z(A) = \left(\frac{9}{325}; \frac{12}{325} \right)$.

2) Производная функции $z = \text{arctg}(xy^2)$ в точке A по направлению вектора \bar{a} равна:

Решение задачи по функциям нескольких переменных скачано с
https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=mafnp

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$\frac{\partial z}{\partial \vec{a}}(A) = \frac{\text{grad } z(A) \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\left(\frac{9}{325}; \frac{12}{325}\right) \cdot (4; -3)}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{\frac{9}{325} \cdot 4 - 3 \cdot \frac{12}{325}}{\sqrt{16+9}} = 0.$$